

# Spektralna analiza satnih vrijednosti protoka krškog područja Kupe

---

**Drdić, Antonio**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2021**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:169:677099>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-14**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering Repository, University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
RUDARSKO-GEOLOŠKO-NAFTNI FAKULTET  
Diplomski studij hidrologije i inženjerske geologije

**SPEKTRALNA ANALIZA SATNIH VRIJEDNOSTI PROTOKA  
KRŠKOG PORJEČJA KUPE**

Diplomski rad

Antonio Drdić

Zagreb, 2021.



KLASA: 602-04/21-01/236  
URBROJ: 251-70-14-21-2  
U Zagrebu, 9.9.2021.

**Antonio Drdić, student**

## RJEŠENJE O ODOBRENJU TEME

Na temelju vašeg zahtjeva primljenog pod KLASOM 602-04/21-01/236, URBROJ: 251-70-14-21-1 od 7.9.2021. priopćujemo vam temu diplomskog rada koja glasi:

### SPEKTRALNA ANALIZA SATNIH VRIJEDNOSTI PROTOKA KRŠKOG PORJEČJA KUPE

Za voditelja ovog diplomskog rada imenuje se u smislu Pravilnika o izradi i obrani diplomskog rada Doc. dr. sc. Krešimir Pavlić nastavnik Rudarsko-geološko-naftnog-fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

Voditelj:

(potpis)

Doc. dr. sc. Krešimir Pavlić

(titula, ime i prezime)

Predsjednik povjerenstva za  
završne i diplomske ispite:

(potpis)

Izv. prof. dr. sc. Stanko  
Ružičić

(titula, ime i prezime)

Prodekan za nastavu i  
studente:

(potpis)

Izv. prof. dr. sc. Dalibor  
Kuhinek

(titula, ime i prezime)

Sveučilište u Zagrebu

Diplomski rad

Rudarsko-geološko-naftni fakultet

## SPEKTRALNA ANALIZA SATNIH VRIJEDNOSTI PROTOKA

KRŠKOG PORJEČJA KUPE

ANTONIO DRDIĆ

Diplomski rad izrađen: Sveučilište u Zagrebu

Rudarsko-geološko-naftni-fakultet

Zavod za Matematiku, informatiku i nacrtnu geometriju

Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

### Sažetak

Primarni cilj ovog rada je otkriti je li došlo do promjene u režimu otjecanja i predstaviti moguća predviđanja u budućnosti. Korišteni su satni podaci za koje su prikazani osnovni statistički pokazatelji te je provedena spektralna analiza i Fourierova transformacija. Podaci koji su korišteni dobiveni su iz tri hidrološke stanice, a to su: Kupari, Hrvatsko i Kamanje. Na temelju provedenih analiza zaključeno je kako je primijećena znatna razlika ulaznih signala te da su tijekom godina primijećivani sve veći ekstremi kako u sušnim tako i u vlažnim razdobljima. Iako su rijetki radovi na ovu temu kod kojih se provodi spektralna analiza, ipak ih ima te su uzeti kao temelj pisanja ovog rada, a cilj je bio doraditi ih korištenjem satnih podataka.

Ključne riječi: satni protok, Fourierova transformacija, spektralna analiza

Diplomski rad sadrži: 41 stranicu, 17 slika, 3 tablice, 1 prilog i 14 referenca

Jezik izvornika: Hrvatski

Diplomski rad pohranjen: Knjižnica rudarsko-geološko-naftnog fakulteta,  
Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

Mentor: doc. dr. sc. Krešimir Pavlić

Povjerenstvo: doc. dr. sc. Krešimir Pavlić

prof. dr. sc. Željko Andreić

izv. prof. dr. sc. Dario Perković

Datum obrane: 17.09.2021.

Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering

SPECTRAL ANALYSIS OF HOURLY  
VALUES OF KARST KUPA BASIN FLOW

ANTONIO DRDIĆ

Thesis completed in: University of Zagreb  
Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering  
Department of Mathematics, informatics and descriptive geometry  
Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

**Abstract**

The primary goal of this paper is to find out there has been a change in the runoff regime and to present possible predictions in the future. Hourly data were used for which basic statistical indicators were presented, and spectral analysis and Fourier transform were performed. The data used were obtained from three hydrological stations, namely: Kupari, Hrvatsko and Kamanje. Based on the concluded that a significant difference in input signals was observed and that increasing extremes were observed over the years in both dry and wet periods. Although there are few papers on this topic that perform spectral analysis, they still exist and were taken as the basis for writing this paper, and the goal was to refine them using hourly data.

Keywords: spectral analysis, Fourier transformation, hourly flow

Thesis contains: 41 pages, 17 pictures, 3 tables, 1 attachment and 14 references

Original in: Croatian

Thesis deposited at: Library of Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering,  
Pierottijeva 6, Zagreb

Supervisor: Assistant professor Krešimir Pavlić

Reviewers: Assistant professor Krešimir Pavlić  
Full professor Željko Andreić  
Associate professor Dario Perković

Date of defense: 17.09.2021.

## Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Značajke istraživanog terena.....	2
2.1. Geografske značajke.....	2
2.2. Geološke značajke .....	3
2.3. Hidrogeološke značajke.....	4
2.4. Klimatološke značajke.....	6
3. Teorijska osnova .....	8
3.1. Osnovni statistički parametri .....	9
3.2. Spektralna analiza i Fourierova transformacija.....	10
4. Rezultati istraživanja.....	15
4.1. Definiranje uzorka .....	15
4.2. Rezultati statističke obrade.....	21
4.3. Rezultati spektralne analize .....	23
5. Zaključak.....	28
6. Literatura .....	29

## POPIS SLIKA

Slika 1: Proučavano područje smješteno u planinskom dijelu sjevernog dijela Dinarskog krša, s označenim hidrološkim stanicama (izrada autora u programskom jeziku GIS) .....	3
Slika 2: Köppenova podjela klima te označeno područje istraživanja crvenom elipsom klime Cfsbx (preuzeto iz Šegota i Filipčić, 2017.) .....	6
Slika 3: Maksimalni godišnji protoci rijeke Kupe na stanici Kupari u razdoblju od 2001. do 2009. te razdoblju 2010. do 2018. ....	17
Slika 4: Srednji godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Kupari u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018. ....	17
Slika 5: Minimalni godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Kupari u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018. ....	17
Slika 6: Maksimalni godišnji protoci rijeke Kupe na stanici Hrvatsko u razdoblju od 2001. do 2009. te razdoblju 2010. do 2018. ....	18
Slika 7: Srednji godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Hrvatsko u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018. ....	18
Slika 8: Minimalni godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Hrvatsko u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018. ....	19
Slika 9: Maksimalni godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Kamanje u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018. ....	19
Slika 10: Srednji godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Kamanje u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018. ....	20
Slika 11: Minimalni godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Kamanje u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018. ....	20
Slika 12: Apsolutna gustoća snage spektra satnih protoka Q na stanici Kupari od 2001. do 2009. godine .....	23
Slika 13: Apsolutna gustoća snage spektra satnih protoka Q na stanici Kupari od 2010. do 2018. godine .....	24
Slika 14: Apsolutna gustoća snage spektra satnih protoka Q na stanici Hrvatsko 2001. do 2009. godine .....	25
Slika 15: Apsolutna gustoća snage spektra satnog protoka Q na stanici Hrvatsko od 2010. do 2018. godine .....	25
Slika 16: Apsolutna gustoća snage spektra satnog protoka Q na stanici Kamanje od 2001. do 2009. godine .....	26

Slika 17: Apsolutna gustoća snage spektra satnog protoka Q na stanici Kamanje od 2010.  
do 2018. godine ..... 27



## POPIS TABLICA

Tablica 1: Rezultati statističke obrade maksimalnih, srednjih i minimalnih protoka rijeke Kupe u profilu Kupari .....	21
Tablica 2: Rezultati statističke obrade maksimalnih, srednjih i minimalnih protoka rijeke Kupe u profilu Hrvatska .....	21
Tablica 3: Rezultati statističke obrade maksimalnih, srednjih i minimalnih protoka rijeke Kupe u profilu Kamanje .....	21

## 1. Uvod

Velike klimatske promjene koje su posljednjih godina sve izraženije, sa sobom donose niz anomalija i njihov je utjecaj na prirodne resurse sve značajniji. Utjecaj na vodostaje rijeka i voda samo je jedan od faktora na koje se one odražavaju. Kako bismo mogli biti pripremljeni i reagirati u skladu s mogućim opasnostima, važno je imati prikladne podatke kao pomoć za pravilnu reakciju. Upravo zbog toga u ovom radu pokušat će se stvoriti temelji razumijevanja i kretanja protoka rijeke Kupe i njezinih pritoka na rezoluciji od jednog sata.

Područje Gorskog kotara, koje se nalazi u području obraslog krša Hrvatske, vrlo je bogato vodom. S obzirom na vrlo visoku kvalitetu podzemnih voda krških vodonosnika kojim područje Gorskog kotara obiluje, proglašeno je područje strateške rezerve pitke vode koje je Vlada Republike Hrvatske odredila na temelju Uprave za Strategiju voda (Pavlič, Parlov, 2019.).

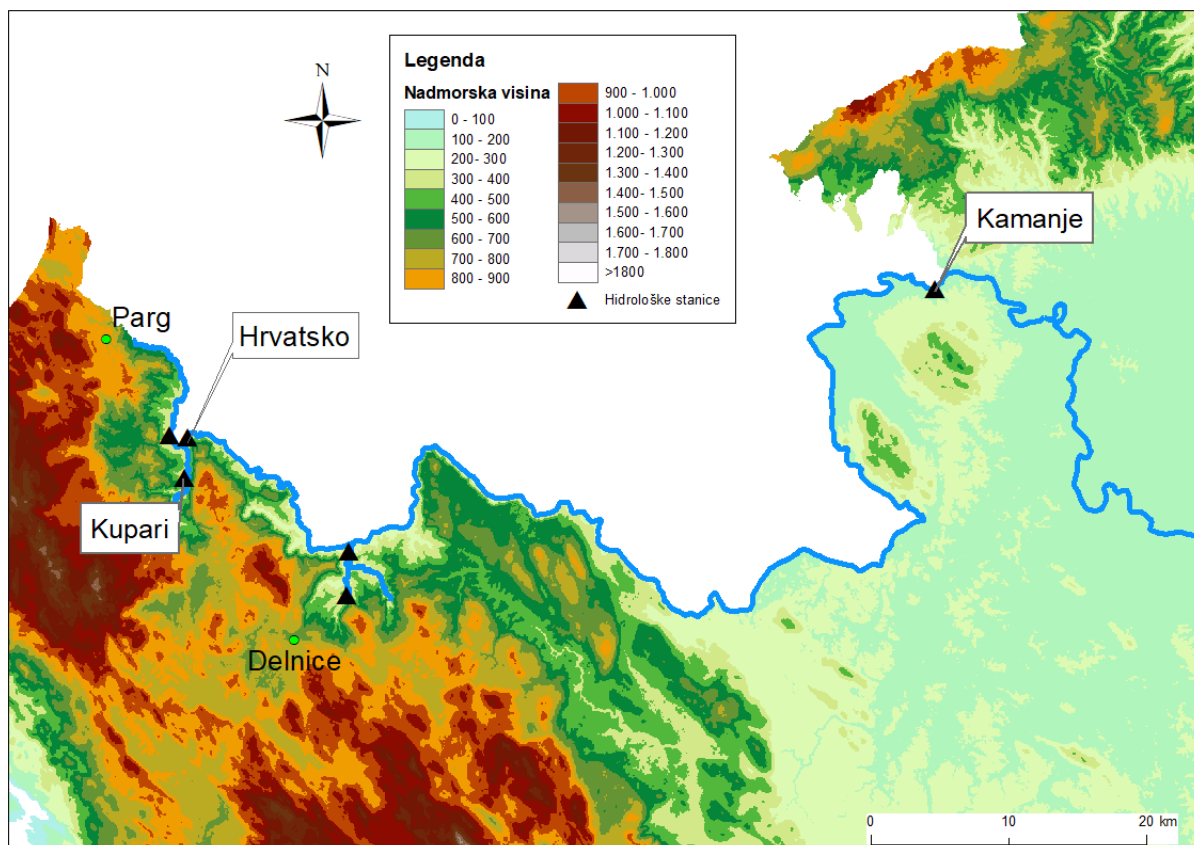
Fourierova transformacija i spektralna analiza našle su se u sofisticiranim upotrebama u površinskoj i podzemnoj hidrologiji (Fleming, Levenue Marsh, Aly, Adams, 2002.). Iako su Fourierova transformacija i spektralna analiza u teoriji na ovakvim primjerima razvijene, u praksi je moguće pronaći vrlo malo konkretnih istraživanja i rezultata na kojima bi se mogli vidjeti potrebni podaci o vodostajima rijeka, osobito rijeke Kupe. S obzirom na takvu situaciju, ovaj rad bit će usmjeren na formiranje i preoblikovanje postojećih podataka u one pogodne za izvedbu Fourierove transformacije i kasnije provedbe spektralne analize.

Također, na temelju predložaka prijašnjih radova ovaj rad će unaprijediti provedene analize pomoću podataka prikupljenih svakog sata posljednjih osamnaest godina (od 01.01.2001. do 31.12.2018.) koji će zatim biti preneseni u vektorski prikaz potreban za mogućnost obrade u programskom jeziku Octave, kako bi na njima mogle biti provedene ranije navedene analize.

## 2. Značajke istraživanog terena

### 2.1. Geografske značajke

Kupa je najduža rijeka koja se cijelim tokom od 296 kilometara nalazi u Hrvatskoj, a dobrim dijelom tvori granicu sa Slovenijom. Porječje pokriva površinu od oko 6.000 kvadratnih kilometara od čega se više od 90% nalazi u Hrvatskoj. U donjem toku usporava i postaje rijeka kojom se može ploviti, ali tek od Siska, pa nije od važnijeg plovnog značaja. Slivno područje donjeg toka obuhvaća obronke Žumberka, Petrove i Zrinske gore te Vukomeričkih gorica. Sliv rijeke Kupe u krškom području čine podslivovi Kupe, tj. mali sliv Lahinje, Dobre, Mrežnice i Korane, koje se spajaju s Kupom kod Karlovca, upravo na prelasku iz krškog u područje Panonskog bazena. Rijeka Kupa, zajedno sa svojom lijevom pritokom Čabrankom, u Hrvatskoj drenira najviši dio planinskog područja Gorskog kotara do razvodnice prema Jadranskom slivu i granice sa Slovenijom (prema: <https://www.dinarskogorje.com/sliv-rijeke-kupe-kolpe.html>). Drenažno područje izvorišta Kupe najviše je planinsko područje Gorskog Kotara, Risnjak, vrlo bogato oborinama (do 4.000 mm godišnje), koje se u cijelosti nalazi na teritoriju Republike Hrvatske. Morfološki se odlikuje nadmorskim visinama do oko 1.500 m n.m. U morfološkoj slici dominira najviše planinsko područje Gorskog kotara s najvišim vrhom Risnjak 1.528 m n.m koji pripada istoimenom Nacionalnom parku Risnjak zajedno s izvorišnim područjem rijeke Kupe sve do pritoke Čabranke (Biondić i sur., 2016). Sa sjeveroistočne strane najvišeg planinskog područja otvara se brdovito područje s pojavama krških polja kod Sungera, Mrkoplja, Delnica i Ravne Gore. Krajolikom dominira duboki kanjon rijeke Kupe i lijeve pritoke Čabranke od mjesta Čabar do izlaska rijeke iz krškog područja nizvodno od mjesta Ozalj kod Karlovca (Biondić i sur., 2016).



Slika 1: Proučavano područje smješteno u planinskom dijelu sjevernog dijela Dinarskog krša, s označenim hidrološkim stanicama

## 2.2. Geološke značajke

Geološka građa promatranog područja izuzetno je složena zahvaljujući vrlo složenim tektonskim odnosima. Najstarije stijene paleozojske starosti izgrađuju jezgru antiklinalne strukture Gorskog kotara pa tako permske naslage prevladavaju na OGK list Delnice. Litološki su to pretežito klastične stijene sastavljene od šejlova, pješčenjaka i konglomerata, ali i čestih proslojaka vapnenaca i dolomita naročito na prijelazu u mezozoik, gdje su karakteristične pojave barita koje su ranije eksploatirane na više mjesta. Prijelaz u mezozoik označen je pojavama tzv. Sajskih, odnosno klastičnih i kampilskih naslaga koje karakteriziraju konglomerati i dolomiti (Biondić i sur., 2016). Srednji trijas karakterizira promjena u taloženju jer se Gorski kotar tada nalazio na rubu taložnog bazena pa su umjesto vapnenaca taloženi konglomerati i breče. U gornjem trijasu dominantne su naslage dolomita koje na prijelazu u mezozoik postepeno prelaze u vapnence. Vapnenci dominiraju tijekom cijelog mezozoika, a kroz periode se samo povećava i smanjuje udio dolomita koji nikad nije dominantan. Kredne naslage tokom rijeke Kupe prevladavaju na listu Črnomelj, dok se

na listu Delnice nalaze uz samu granicu s listom Črnomelj. Naslage donje krede podijeljene su na dolomite i vapnence određenih perioda; neokoma, barema, apta i alba, a karakteriziraju ih vapnenci s rijetkim pojavama dolomita te ostaci modrozelenih algi i foraminifera. Završetak kanjona rijeke Kupe je ponovno izgrađen od naslaga dolomita gornje trijaskе starosti, a prijelaz u Karlovačku depresiju označen s klastičnim naslagama neogenske starosti istaložen preko starijih karbonatnih stijena Dinarida. Od pokrovnih naslaga kvartarne starosti u planinskom području Gorskog kotara najčešći su glacijalni sedimenti nastali izmjenama ledenjačkih i međuledenjačkih razdoblja tijekom kvartara. Uglavnom ispunjavaju duboke kanjone i zaravni u reljefu brdskog područja. Radi se o tipičnom glacijalnom sedimentu vrlo heterogenog sastava, od velikih zaobljenih blokova, preko gline, pijeska do šljunka. Na cijelom području ima tankih pojava crvenice s kršjem vapnenaca, ali i debljih samo unutar većih vrtača. Tektonika Gorskog kotara je vrlo složena (Biondić i sur., 2016). Centar se nalazi u pribrdskom području Tršće-Gerovo-Mrzle Vodice-Fužine. Tamo odnose između Jadranskog i Crnomorskog sliva određuje antiklinalna forma s klastičnim stijenama paleozojske starosti u jezgri. Sa sjeveroistočne strane, ona je odvojena je od karbonatnih stijena mezozojske starosti jakim rasjedima, a pojave klastičnih stijena paleozojske starosti na istočnoj strani su razlog navlačne tektonike gdje su one navučene preko mezozojskih karbonata. Prema tome, u tektonici Gorskog kotara dominira tangencijalna tektonika, ali u kombinaciji s brojnim rasjedima unutar karbonatnih stijena.

### 2.3. Hidrogeološke značajke

Kupa izvire iz tirkizno zelenog krškog jezerca zvanog Kupeško jezero unutar nacionalnog parka Risnjak, nedaleko mjesta Razloge u Gorskome kotaru. Izvor temperature 7-8 stupnjeva Celzijevih se nalazi na nadmorskoj visini od 320 metara iznad mora, a dubinom od 84 metra ubraja se među najdublje, ali i najjače izvore u Republici Hrvatskoj s minimalnom izdašnošću od 1,2 m<sup>3</sup>/s, pa do čak 150 m<sup>3</sup>/s. Nekoliko istraživanja pokušalo je dokazati povezanost izvora Kupe s izvorom Rječine koja pripada slivu Jadranskog mora. Karakteristika istjecanja u početku su brojne pojave malih izvora ograničenih drenažnih mogućnosti, koji su velikim dijelom kaptirani za lokalnu vodoopskrbu. Izvorište nije kaptirano za vodoopskrbu i nalazi se unutar Nacionalnog parka Risnjak kao jedna od atraktivnih točaka posjete parku. Nizvodno od mjesta Osilnica rijeka Kupa postaje granična rijeka između Slovenije i Hrvatske prema jugoistoku do Broda na Kupi, odakle se drenažno

područje sužuje i uz rijeku s hrvatske strane više nema većih krških izvora (Biondić i sur., 2016). Hidrogeološki gledano naslage paleozojske starosti su uglavnom klastične i u cjelini izuzetno slabo vodopropusne, a karbonatne stijene mezozojske starosti okršene i dobro vodopropusne. Razvodnica između Jadranskog i Crnomorskog sliva nalazi se u zoni visokih planina, a vezana je za pojave slabo vodopropusnih dolomita gornjotrijaske starosti između planinskih vrhova Snježnika i Risnjaka. Erodirano čelo antiklinale na taj način predstavlja početak toka sliva i rijeke Kupe s brojnim krškim izvorima većeg i manjeg kapaciteta. Rijeka Čabranka je desna pritoka rijeke Kupe, s kojom se spaja na području Osilnice, praktički u zoni glavnih izvora rijeke Kupe. Sliv gornjeg toka karakteriziraju pritoke krškog karaktera. Tok se može podijeliti na dvije vrste, u gornjem ona je brza, s puno slapova čiji broj opada nizvodno.

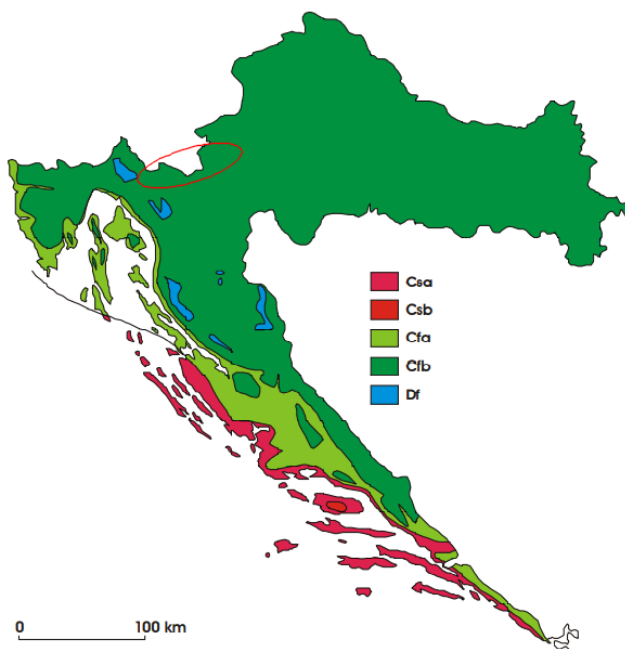
Nekoliko istraživanja pokušalo je dokazati povezanost izvora Kupe s izvorom Rječine koja pripada slivu Jadranskog mora. Stotinjak metara nizvodno s desne strane prima vodu iz potoka bujičnog karaktera, Krašićevica, a nakon toga s lijeve strane iz povremene pritoke Sušice. Na početku, Kupa je karakteristična gorska rijeka niskog protoka, velike brzine i prilično ravnog toka. Kupa obiluje umjetnim slapovima i tokovima koji su u prošlosti koristili u svrhu pokretanja mlinova i pilana. Granična rijeka postaje nakon spajanja s lijevom pritokom, rijekom Čabrankom. U svom gornjem toku, Kupa se probija kroz šumovit kanjon, dok se nakon nekoliko kilometara smiruje i postaje mirna rijeka koja zbog smanjivanja nadmorske visine i proširivanja kanjona počinje na mjestima i meandrirati. Na tim se mjestima nalaze plodne njive i polja. Sljedeća veća rijeka koja se ulijeva u Kupu jest Lahinja koja čini manji dio sliva Kupe koji dolazi s područja Slovenije.

Kupa kod Ozlja ulazi u svoj ravničarski tok (i tu prestaje biti predmetom promatranja ovog rada) gdje se kod Karlovca s desne strane ulijevaju rijeke Dobra te ubrzo nakon toga i Korana koja nosi vode Mrežnice. Kasnije se još ulijevaju rijeke Kupčina, Glina, Petrinjčica te nedaleko od svog ušća u Savu kod Siska još i rijeka Odra (prema: <https://www.dinarskogorje.com/sliv-rijeke-kupe-kolpe.html>).

## 2.4. Klimatološke značajke

Klima na slivu rijeke Kupe u Gorskom kotaru je umjereno topla vlažna s toplim ljetom, ali manje od 4 mjeseca s prosječnom temperaturom višom od 10°C, što je prema Köppenovoj klimatološkoj klasifikaciji Cfsbx, što je vidljivo na slici 1. Najveća mjesečna količina oborina je na prijelazu iz jeseni u zimu sa sekundarnim maksimumom u proljeće. Na samim vrhovima češća je snježno-šumska klima s prosječnom temperaturom nižom od 3 °C u najhladnijim mjesecima (Dfsbx).

T. Šegota, A. Filipčić: Köppenova podjela klima... Geoadria, vol. 8/1, 17–37, 2003.



Slika 2: Köppenova podjela klima te označeno područje istraživanja crvenom elipsom klime Cfsbx (Šegota, Filipčić, 2017.)

U tim područjima nema sušnih razdoblja, a najviše oborine padne u mjesecima hladnog dijela godine. Promjena srednje godišnje temperature zraka s visinom iznosi 0,5°C/100 m. Najniže godišnje temperature zraka od 2°C do 3°C pojavljuju se na vrhovima Risnjaka, Bjelolasice. Izoterma 10°C nalazi se s jugozapadne strane planinskog masiva na nadmorskoj visini 600 do 700 m, dok je sa sjeveroistočne na prosječno 200 do 300 m nad morem (Matić i sur., 2020).

More se grije sporije i hladi sporije nego kopno, pa blizina mora ublažava temperaturne razlike. Upravo zato su temperaturne razlike između najtoplijeg i najhladnijeg mjeseca u planinskom dijelu Gorskog kotara između 18°C i 20°C, a na moru oko 16°C ili 17°C, dok

se izoterma od 10°C s jugozapadne strane nalazi na 600-700 metara, a sa sjeverne, kontinentalne strane već na 200-300 metara. Zbog velike orografske razvedenosti područja Gorskog kotara, raspon srednjih godišnjih temperatura zraka na tom je području najveći, pa se srednja godišnja temperatura zraka kreće između 3°C i 11°C. U Gorskom kotaru rijetke su srednje dnevne temperature zraka više od 20°C.

Najveće godišnje količine oborine u Hrvatskoj prima Gorski kotar (od 3.000 mm do iznad 3.500 mm) koji je u neposrednoj blizini ciklogenetičkog područja sjevernog Jadrana i Genovskog zaljeva (Janeš i sur., 2016). Navedeni daju obilne oborine pojačane orografskim utjecajem gorovitog zaleđa duž primorja. Na tom području količina oborine naglo se povećava s nadmorskom visinom na navjetrini od obale do Risnjaka i Snježnika. U dubinu Gorskog kotara količina oborine se smanjuje. U odnosu na ove prosječne oborinske prilike tijekom godine, u pojedinim godinama mogu se javiti znatna odstupanja mjesečnih količina. S jačanjem maritimnog utjecaja i učinka planina povećavaju se i vrijednosti mjesečnih percentila oborine i njihovo odstupanje od vrijednosti medijana (veći rasap), posebice u jesenskim mjesecima i zimi. Kao i duž jadranske obale, kiša najrjeđe pada u srpnju.

Tijekom oborinskih dana oborina može padati u tekućem, čvrstom ili mješovitom obliku. U Hrvatskoj oborina najčešće dolazi u obliku kiše. Pojava oborine u obliku snijega najčešća je u gorskom području gdje snijeg pada u oko 30% do 50% oborinskih dana.

Vlažnost zraka se kreće u rasponu od 75 % do 85 % s tendencijom povećavanja do preko 90 % na samim vrhovima zbog izdizanja toplog mediteranskog zraka. Razlike vlažnosti zraka između dva tridesetogodišnja razdoblja, 1961.–1990. i 1971.–2000., ukazuju na većem dijelu Hrvatske na prosječno godišnje malo veći tlak vodene pare (0,1–0,3 hPa) i malo manju relativnu vlažnost zraka (0,2–2,1%) u novijem razdoblju (Zaninović i sur., 2008.).



### 3. Teorijska osnova

Dva su načina dobivanja podataka koji sačinjavaju meteorološke i hidrološke podloge, a to su motrenje i mjerenje. Od prikupljenih podataka formira se vremenski slijed podataka poredanih redosljedom kojim su bili izmjereni ili opaženi. Jedan od takvih sljedova podataka jesu upravo maksimalni, srednji i minimalni godišnji protoci u višegodišnjem razdoblju. Slijed podataka može se prihvatiti kao niz vrijednosti slučajne varijable (promjenjive veličine), koji predstavlja podatke o nekim pojavama po redosljedu (kronološki) ili uređeno (po veličini) i na njega se mogu primijeniti metode matematičke statistike i račun vjerojatnosti ako je ispunjeno sljedećih pet uvjeta:

1. Članovi niza moraju biti slučajne veličine, a hidrološke veličine mogu se smatrati slučajnima zbog velikog broja različitih utjecaja o kojima one ovise.
2. Članovi niza međusobno moraju biti neovisni
3. Niz mora biti homogen, te se homogenost podataka mora ispitati ako postoje razlozi za to, kao što su promjene u vodnom režimu, promjene u profilu vodotoka i slično, te se takva ispitivanja provode pomoću raznih testova kao što su Kolmogorovljevi test, Wilcoxonov test i sl.
4. Članovi niza moraju biti stacionirani, zbog toga što razne promjene uzorkuju nestacioniranost koja se na podatke odražava u vidu trendova, periodičnosti i sl.
5. Niz mora biti dovoljno dug, te se u literaturi za razne hidrološke analize preporučuju različita minimalna razdoblja mjerenja.

Duljina hidrološkog niza može se provjeriti na osnovi veličine pogreške koeficijenta varijacije  $\sigma_{cv}$  prema formuli koju preporučuje UNESCO:

$$\sigma_{cv} = c_v \sqrt{\frac{1 + 2c_v^2}{2n}} \quad (1)$$

gdje je  $c_v$  koeficijent varijacije, a  $n$  je broj članova niza. Ukoliko je  $c_v < 0,10$  niz se može smatrati dovoljno dugim za korištenje (Žugaj, 2015.).

### 3.1. Osnovni statistički parametri

Osnovni statistički pokazatelji koji su karakteristični za primjenu u hidrologiji, te su obrađeni u analizi ovdje razmatranih slivova rijeke Kupe jesu (Pavlič, 2016.):

1. Prosjek ili aritmetička sredina:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2)$$

gdje je  $n$  broj članova niza, a  $x_i$  je  $i$ -ti član niza.

2. Standardno odstupanje ili standardna devijacija:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N} \quad (3)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (4)$$

gdje je  $N$  broj članova niza,  $x_i$  je  $i$ -ti član niza, a  $\bar{x}$  je aritmetička sredina.

### 3. Koeficijent varijacije:

$$c_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad (5)$$

gdje je  $\sigma$  standardna devijacija, a  $\bar{x}$  je aritmetička sredina.

### 4. Koeficijent asimetrije

$$\alpha_3 = \frac{m_3}{\sigma^3} \quad (6)$$

gdje  $m_3$  iz brojnika predstavlja moment trećeg reda, te se raspisuje na način (Bahovec i sur., 2016.):

$$\alpha_3 = \frac{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{N}}{\sigma^3} \quad (7)$$

gdje je  $\sigma$  standardna devijacija,  $x_i$  je  $i$ -ti član niza, a  $\bar{x}$  je aritmetička sredina (Žugaj, 2015.).

## 3.2. Spektralna analiza i Fourierova transformacija

Fourierova analiza, kao tip spektralne analize koristi se u vrlo sofisticiranim oblicima u hidrologiji u znanstvene svrhe već dulje vrijeme, no tek se u novije vrijeme spektralna analiza koristi kao tipična metoda za inženjere pri rješavanju praktičnih problema u projektiranju. Iako postoji velika količina alata kojima se analiziraju vremenski nizovi i mogu se izvoditi zaključci, Fourierova transformacija ipak je najčešće korištena u različitim granama poput elektrotehnike, biomedicine, geofizike, astronomije, meteorologije i

oceanografije. Postoji velika količina softvera koji imaju već implementiranu Fourierovu metodu (Pavlič, 2016), kao što je Octave koji je odabran kao alat u ovom radu.

GNU Octave je programski jezik visoke razine prvenstveno namijenjen numeričkim izračunima. Koristi se za rješavanja linearnih i nelinearnih jednadžbi, statističke analize i razne numeričke pokuse, ali može služiti i kao paketno orijentirani jezik za automatiziranu obradu podataka.

Autospektralna analiza ima za cilj opisati distribuciju sadržane varijance u jednom jedinom signalu  $x(t)$  preko frekvencije ili valne duljine. Jednostavan način da se opiše varijanca signala tijekom nekog vremenskog tijeka jest autokovarijanca. Nepristrani način procjene autokovarijanca  $cov_{xx}$  signala  $x(t)$  s  $N$  podataka točke uzrokovane u stalnim vremenskim intervalima  $\Delta t$  jest:

$$cov_{xx}(k) = \frac{1}{N - k - 1} \sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x}) \quad (8)$$

Najpopularnija metoda za izračunavanje spektra snage u znanosti o Zemlji je metoda koju su uveli Blackman-Tukey 1958. godine. Ta metoda procjenjuje spektralnu gustoću snage izračunavanjem kompleksa Fourierove transformacije  $x(f)$  autokorelacijske sekvence  $corr_{xx}(k)$ .

$$PSD_{xx}(f) = \sum_{k=0}^M corr_{xx}(k) w(k) e^{\frac{i2\pi f k}{f_s}} \quad (9)$$

Gdje je  $M$  najveće zaostajanje i  $f_s$  učestalost uzrokovanja. PSD spektralne gustoće snage Blackman Tukey procjenjuje se prema:

$$X_{xx}(f) = \sum_{k=0}^M \text{corr}_{xx}(k) e^{\frac{i2\pi fk}{f_s}} \quad (10)$$

Stvarno računanje PSD-a može se izvesti samo na konačnom broju frekvencijskih točaka primjenom brze Fourierove transformacije (FFT) (Trauth, 2006).

Općenito Fourierova transformacija u današnjoj se literaturi najčešće prezentira kao cjelovit samostalni izraz (Matijević i Poljak, 2011, Brigham, 1988., Cormen i sur. 2001., Oppenheim i sur. 1999.). Glavna ideja Fourierove analize leži u mišljenju da je svaku periodičku funkciju moguće zapisati kao sumu sinusa različitih amplituda, te se takva suma naziva Fourierov red. Fourier je naišao na brojne kritike svog rada koje su ukazale na to da je njegova tvrdnja ipak bila preambiciozna, pa se danas njegove teorije i dalje razvijaju. Kako bi se mogla shvatiti sama Fourierova transformacija, nužno je bar ukratko pojasniti Fourierov red. Nužan uvjet pri razvoju funkcije u Fourierov red jest da je ona periodična.

Dakle za danu funkciju (ili signal, ako je funkcija ovisna o vremenu)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , periodičnu na  $[-\pi, \pi]$ , želimo pronaći brojeve  $a_0, a_k, \varphi_k \in \mathbb{R}$ , za  $k = 1, \dots, n$  tako da vrijedi:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \sin(kx + \varphi_k), \quad n \geq 0 \quad (11)$$

U ovom izrazu  $a_k$  ima ulogu amplitude, a  $\varphi_k$  ulogu faze za sinus funkciju frekvencije  $k$ . Član  $\frac{a_0}{2}$  je poseban, i on služi za translaciju funkcije duž y-osi (često se naziva „DC komponenta“) (Matijević i Poljak, 2011).

Kako bi se teorija koja vrijedi za Fourierov red proširila i na neperiodičke funkcije, može se promatrati kako razviti periodičku funkciju perioda  $L$  definiranu na intervalu  $[-L/2, L/2]$  u Fourierov red. Ako se pokuša pustiti da  $L$  teži u beskonačnost, tada je funkcija periodična na intervalu  $(-\infty, \infty)$ , s beskonačno velikim periodom (pretpostavlja se da je funkcija definirana svugdje). Upravo ovakvo razmišljanje vodi prema transformaciji izraza za  $k$ -ti

Fourierov koeficijent i ka poznatoj formuli za Fourierovu transformaciju (Matijević, Poljak, 2011)

Dolje navedena Fourierova transformacija uzima signal vremenske domene (engl.: *time-domain* signal),  $g(t)$  (npr. hidrološka vremenska serija pod razmatranjem, kao što su mjerenja protoka na određenom mjestu tijekom vremena) i transformira ga u signal frekvencijske domene,  $G(f)$ , koji se naziva Fourierova transformacija  $g(t)$ -a;  $f$  je frekvencija, a  $t$  je vrijeme (konkretno proteklo vrijeme od početka analizira se zapis podataka, koji se smatra  $t = 0$ ). Navedena Fourierova transformacija daje:

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-2\pi ft} dt \quad (12)$$

Gdje je  $i = \sqrt{-1}$ , a sve ostale količine kao što je prethodno opisano. Korisno je razmišljati o  $g(t)$  i  $G(f)$  kao jednostavno dva različita načina prezentacije iste funkcije (npr. Press i sur., 1992). Inače, Fourierova transformacija može se prikazati kao raspad vremenske serije u sinusne valove različitih amplituda, faza i perioda; zbrajanje zajedno sinusnih valova s karakteristikama opisanim Fourierovom analizom rezultiralo bi izvornom vremenskom serijom. Ovo fizičko tumačenje je, naravno, komplicirano činjenicom da je Fourierova transformacija kompleksne vrijednosti (complex-valued). Obrnuta Fourierova transformacija koja pretvara frekvencijsko-domenski signal (frequency-domain) natrag u vremensku domenu je (Fleming i sur., 2002.):

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)e^{2\pi ift} df \quad (13)$$

Sada kada je ukratko objašnjena Fourierova transformacija u osnovi, vraćamo se na gore spomenutu FFT metodu, točnije metodu za izračunavanje diskretne Fourierove transformacije s reduciranim vremenom izvršavanja. Većina FFT algoritama dijeli transformaciju na dva dijela  $N/2$  pri svakom koraku. U praksi se PSD izračunava pomoću  $N$

potencija broja frekvencija. Diskretna Fourierova transformacija aproksimacija je kontinuirane Fourierove transformacije. Iako ona očekuje beskonačan signal, stvarni su podaci ograničeni na oba kraja, tj. Amplituda signala je nula izvan granica vremenskog niza. U vremenskoj domeni, konačan signal odgovara beskonačnom signalu pomnoženom s pravokutnim prozorom koji je unutar granica signala jedan, dok je na ostalim mjestima nula. U frekvencijskoj domeni množenje vremenskog niza s ovim „prozorom“ jednako je konvoluciji spektra snaga signala sa spektrom pravokutnog „prozora“. Spektar prozora jednak je  $\sin(x)/x$  funkcije, koji ima glavni režanj (engl. lobe) te nekoliko bočnih režnjeva sa svake strane glavnog vrha. Stoga svi maksimumi u spektru snaga „gube“ snagu s obzirom na manje vrhove. Najčešće korišten način za svladavanje problema spektralnog curenja je oblikovanje prozora. Korištenje tih prozora u konačnici dovode do promjene jednadžbe spektralne gustoće (Trauth, 2006):

$$PSD_{xx}(k) = |X_{xx}(f)| \quad (14)$$

Blackman-Tukeyova metoda snaga stoga izvodi autospektralnu analizu u tri koraka:

- Izračun autokorelacijskog niza  $\text{corr}_{xx}(k)$
- „izrada prozora“
- Izračunavanje diskretne Fourierove transformacije

Iako se interpretiranje rezultata razlikuje kod svake analize, u slučaju korištenja spektralne analize ono može biti „period-chasing“ (Fleming i sur., 2002, Brillinger, 1993) ili pripisujući svaki vrh (peak) u empirijskom spektru snage (Fleming i sur., 2002.). U slučaju ovog rada načinjen je periodogram iz kojeg će u nastavku biti iščitani vrhovi (peakovi) te prikazane i uspoređene frekvencije.

## 4. Rezultati istraživanja

### 4.1. Definiranje uzorka

Vodostaj je okomita udaljenost vodene površine od pretpostavljene mjere. Visina vodostaja (H) na izabranom mjernom profilu očitava se izravno na uspostavljenoj vodokaznoj letvi, čija je nulta točka geodetski snimljena. Iako se visina vode obično očitava jednom dnevno, na važnijim se vodomjernim profilima postavlja automatski registrator visine vodostaja – limnigraf, koji kontinuirano bilježi promjene visine vodostaja tijekom dana (Bačani, 2006.). Protok se općenito definira kao količina vode koja prolazi kroz poprečni presjek vodotoka u jedinici vremena ( $m^3/s$ ,  $l/s$ ) (Bačani, 2006.). Podaci korišteni u ovom radu dobiveni su mjerenjima na tri hidrološke stanice, a to su: Hrvatsko, Kamanje te Kupari. Podaci o kojima se govori su satni podaci prikupljeni tijekom posljednjih osamnaest godina, odnosno od 1. siječnja 2001. godine do 31. prosinca 2018. godine. S obzirom da se radi o periodu od osamnaest godina, oni pokrivaju sva vremenska razdoblja, od kišnih do sušnih, što znači da je njihova duljina dovoljna kako bi se na njima mogle primjenjivati spektralna i autokorelacijska analiza.

Spektralna analiza provedena je na hidrološkim podacima o satnom protoku vode. Kao i u doktorskom radu “Regionalna hidrološka analiza krškog porječja Kupe” (Pavlič, 2016), koji se uzet kao temelj za izradu ovoga rada, podaci od 2001. do 2018. godine koji su analizirani, podijeljeni su u dvije skupine po devet godina: 2001. do 2009. te 2010. do 2018. kako bi se mogli usporediti.

Na temelju hidrograma koji su navedeni kasnije u sklopu ovog poglavlja, prikazani su trendovi pojedinog razdoblja kao i minimalni, srednji i maksimalni godišnji protoci. Na temelju njihovih rezultata, kao i na osnovi prethodno provedenih radova drugih autora (kao što je i gore spomenuto) proizvoljno je odabrana podjela cjelokupnih podataka na dva odvojena razdoblja.

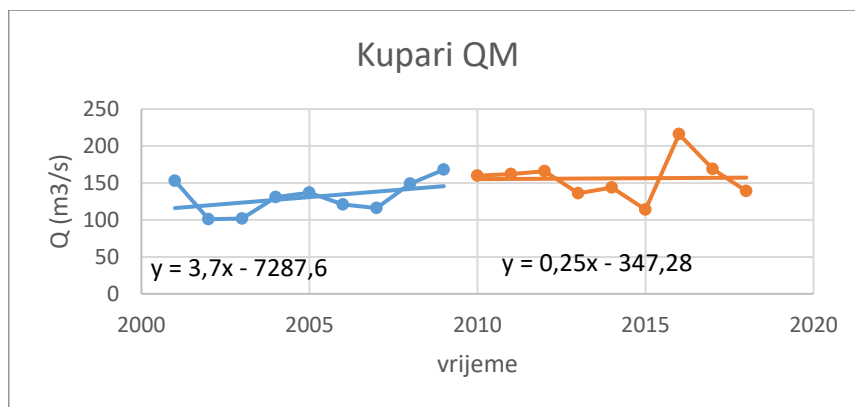
Također, valja objasniti izbor vrijednosti frekvencija koji je vođen logikom Nyquistove frekvencije. Moguće je da dođe do grešaka u očitavanju, ako odaberemo prevelik interval uzorkovanja, tj. ako bude  $h > 1/(2f_c)$ . U tom će se slučaju pokrajnje repeticije spektara dijelom ili potpuno preklopiti, samim time i zbrojiti te će spektralna slika biti dijelom ili potpuno uništena. Ovu pojavu zovemo spektralno preklapanje ili *aliasing*. Do aliasinga će doći odaberemo li interval uzorkovanja  $h$  koji je veći od recipročne vrijednosti dvostruke



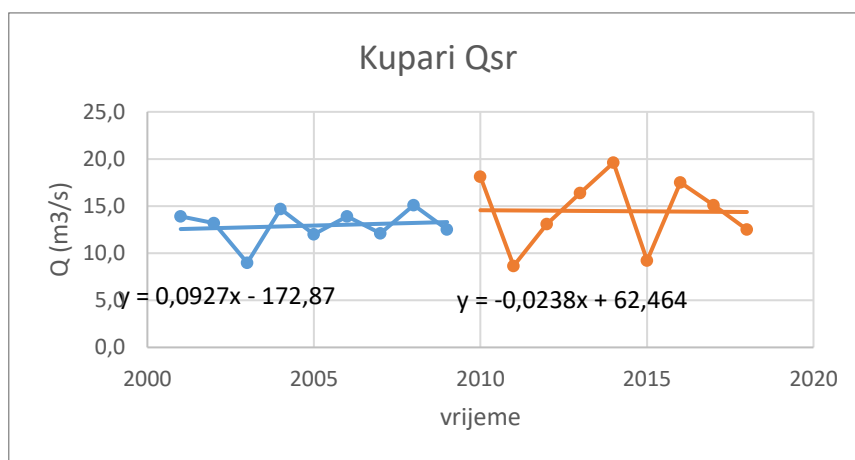
najveće frekvencije koju sadrži analizirani signal (Herak i sur., 2020.). Definirana Nyquistova frekvencija je jednaka:

$$f_N = \frac{1}{2h} \quad (15)$$

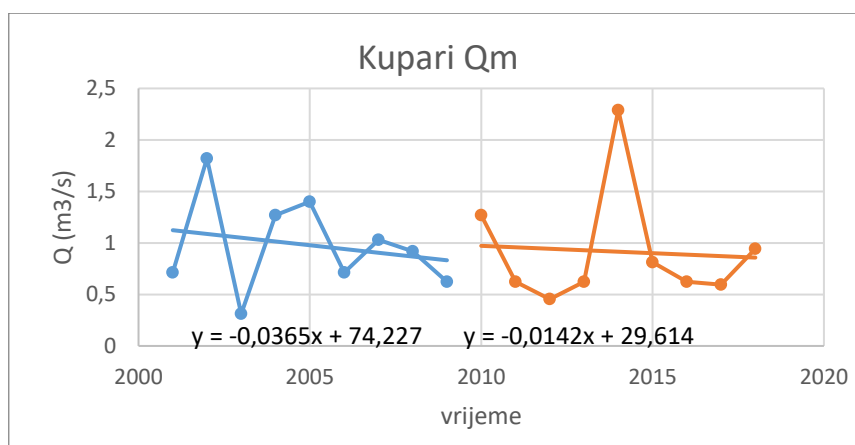
koja ovisi o odabranom intervalu  $h$  i definira najveću frekvenciju koju smije sadržavati analizirani niz ako ga želimo digitalizirati svakih  $h$  sekundi (Herak i sur., 2011). Koristeći formulu (15), dobivena je frekvencija  $f = 0,5 \text{ sat}^{-1}$ , što prema  $T = \frac{1}{f}$  odgovara vremenu  $T = 2$  sata. Međutim zbog rezolucije grafikona i zbog toga što se ne očekuje periodičnost koja je manja, odabrana je nova frekvencija  $f = 0.0278$  koja odgovara periodu  $T = 36$  sati. Za gornje frekvencije odabrana je frekvencija  $f = 0,00028$  koja odgovara periodu  $T = 150$  dana koja je uzeta kako bi maksimumi većih frekvencija bili vidljivi na grafu.



Slika 3: Maksimalni godišnji protoci rijeke Kupe na stanici Kupari u razdoblju od 2001. do 2009. te razdoblju 2010. do 2018.

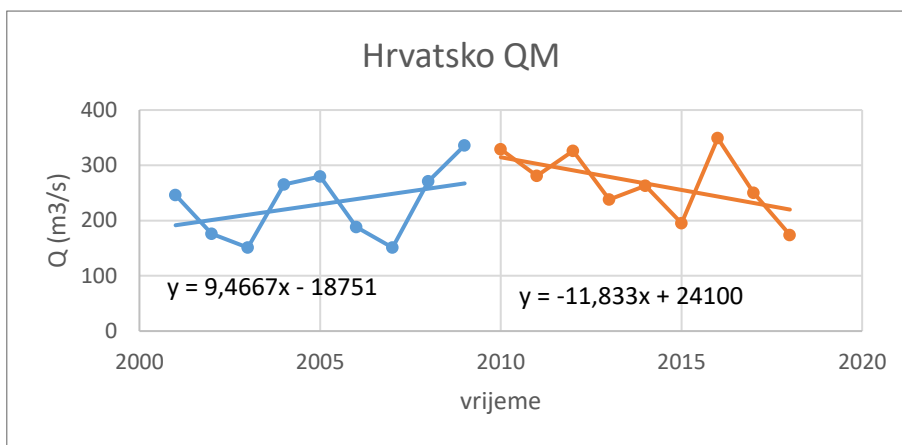


Slika 4: Srednji godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Kupari u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018.

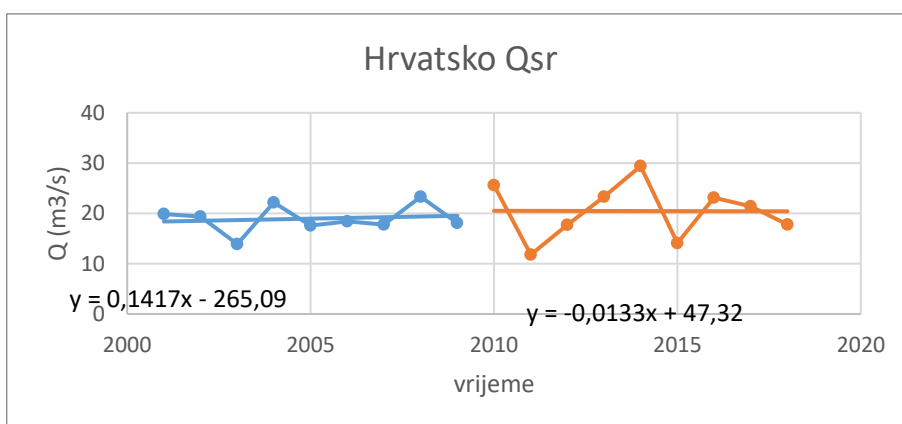


Slika 5: Minimalni godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Kupari u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018.

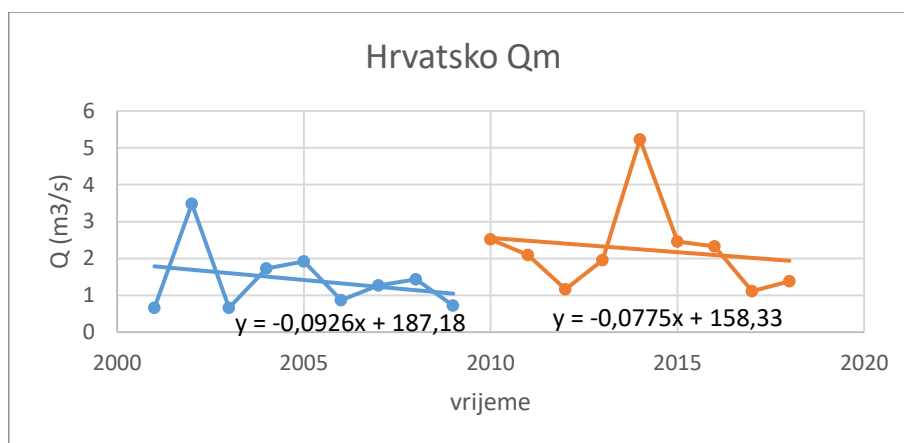
Na slikama 3, 4, 5 prikazan je hidrogram minimalnih, srednjih i maksimalnih godišnjih protoka rijeke Kupe u profilu Kamanje u periodu od 2001. do 2009. te razdoblju 2010. do 2018. Što se tiče trendova koji se također mogu iščitati iz hidrograma, na slici 3 vidljivo je kako je trend maksimalnih godišnjih protoka rastući za oba promatrana razdoblja, iako je u drugom razdoblju taj rast znatno blaži od onog u prvom. Slika 5 prikazuje nam kako je kod minimalnih godišnjih protoka, za razliku od onih maksimalnih, trend opadajući za oba razdoblja. Na hidrogramu su prikazani i trendovi srednjeg protoka koji ukazuju na to kako je u prvom razdoblju (2001. do 2009.) prisutan rastući trend, dok drugo razdoblje (2010.-2018.) obilježava blago opadajući trend. Što se tiče srednjeg protoka, on je znatno manji u prvom razdoblju, za razliku od drugog razdoblja u kojima su primijećeni veći ekstremi. Upravo je zbog toga odlučeno da se promatrano razdoblje od osamnaest godina dijeli na već navedena razdoblja.



Slika 6: Maksimalni godišnji protoci rijeke Kupe na stanici Hrvatsko u razdoblju od 2001. do 2009. te razdoblju 2010. do 2018.

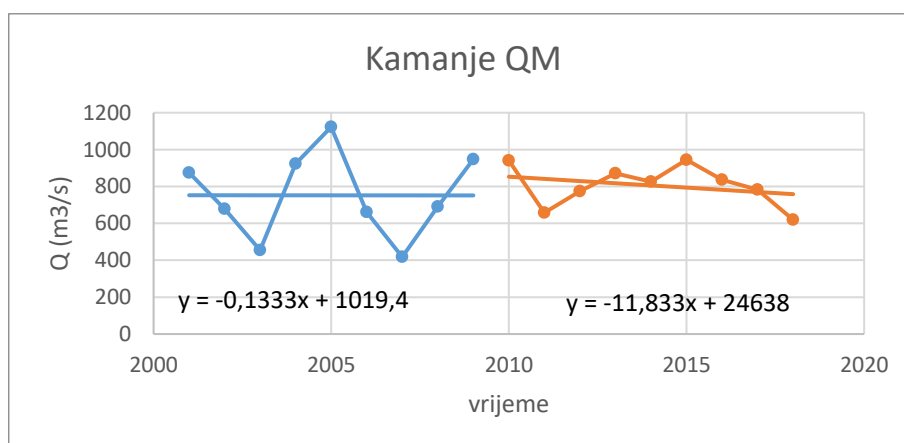


Slika 7: Srednji godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Hrvatsko u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018.

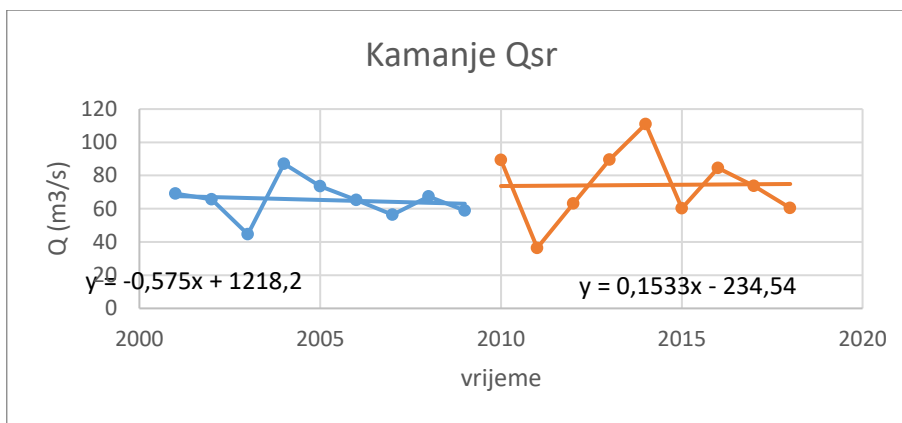


Slika 8: Minimalni godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Hrvatsko u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018.

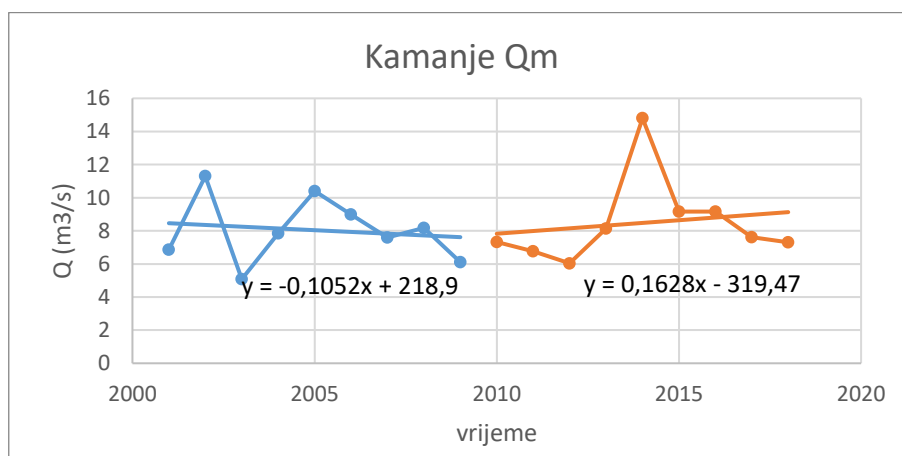
U profilu Hrvatsko od 2001. do 2009. kada se gleda maksimalan protok primijećen je snažan rast trenda, dok je kod drugog razdoblja (2010.-2018.) primijećen opadajući trend, s još većim padom (slika 6). Na slici 7 koja prikazuje srednji protok rijeke Kupe na hidrološkoj stanici Hrvatsko primijećen je također rastući trend, kao što je to bio slučaj u profilu Kupari, dok je kod drugog razdoblja također prisutan opadajući trend, no slabiji nego što je to kod ranije spomenutog profila. Prema slici 8 vidimo da je ponovno uočena prisutnost jačeg intenziteta u drugom razdoblju, što rezultira i većim ekstremima. Što se tiče minimalnog protoka u ovom profilu, on je opadajući za oba promatrana razdoblja, s većim ekstremima u drugom razdoblju.



Slika 9: Maksimalni godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Kamanje u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018.



Slika 10: Srednji godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Kamanje u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018.



Slika 11: Minimalni godišnji protoci rijeke Kupi na stanici Kamanje u razdoblju od 2001. do 2009. i razdoblju 2010. do 2018.

Hidrogram sa slike 9 prikazuje maksimalne protoke rijeke Kupe u profilu Kamanje, kod kojeg su trendovi za oba razdoblja (2001. do 2009. te 2010. do 2018.) opadajući, no onaj u drugom razdoblju ima znatno veći pad u usporedbi s onim u drugom razdoblju. Na slici 10 za razliku od prethodnih profila što se tiče srednjih protoka, vidljiva je razlika u trendovima. Prvo razdoblje (2001. do 2009.) obilježava opadajući trend, dok je kod drugog razdoblja (2010. do 2018.) primijećen blagi rast u trendu. Srednji protoci također su puno izraženiji, i kod sušnih tako i kod vlažnih razdoblja, u razdoblju od drugih devet godina. Minimalni protoci u profilu Kamanje imaju opadajući trend za razdoblje od prvih devet godina, dok je kod drugih devet godina prisutan rastući trend, obilježen jednim velikim ekstremom (slika 11).

## 4.2. Rezultati statističke obrade

Tablica 1: Rezultati statističke obrade maksimalnih, srednjih i minimalnih protoka rijeke Kupe u profilu Kupari

	2001.-2009.			2010.-2018.		
	Q <sub>sr</sub>	Q <sub>M</sub>	Q <sub>m</sub>	Q <sub>sr</sub>	Q <sub>M</sub>	Q <sub>m</sub>
$\bar{x}$	12,9	130,9	0,98	14,5	156,2	0,91
$\sigma$	1,84	23,13	0,46	3,87	28,54	0,57
Q <sub>min</sub>	15,1	168	1,82	19,6	216	2,29
Q <sub>max</sub>	9,0	101	0,311	8,7	114	0,454
C <sub>s</sub>	-0,97	0,14	0,44	-0,30	0,72	1,75
C <sub>v</sub>	0,14	0,8	0,47	0,27	0,18	0,62

Tablica 2: Rezultati statističke obrade maksimalnih, srednjih i minimalnih protoka rijeke Kupe u profilu Hrvatska

	2001.-2009.			2010.-2018.		
	Q <sub>sr</sub>	Q <sub>M</sub>	Q <sub>m</sub>	Q <sub>sr</sub>	Q <sub>M</sub>	Q <sub>m</sub>
$\bar{x}$	19,0	229,3	1,4	20,5	267,2	2,2
$\sigma$	2,74	65,25	0,91	5,62	60,44	1,24
Q <sub>min</sub>	23,3	336	3,48	29,4	349	5,23
Q <sub>max</sub>	13,9	151	0,659	11,8	174	1,11
C <sub>s</sub>	-0,13	0,16	1,64	-0,05	-0,17	1,93
C <sub>v</sub>	0,14	0,28	0,64	0,27	0,23	0,55

Tablica 3: Rezultati statističke obrade maksimalnih, srednjih i minimalnih protoka rijeke Kupe u profilu Kamanje

	2001.-2009.			2010.-2018.		
	Q <sub>sr</sub>	Q <sub>M</sub>	Q <sub>m</sub>	Q <sub>sr</sub>	Q <sub>M</sub>	Q <sub>m</sub>
$\bar{x}$	65,3	752,1	8,0	74,3	805,8	8,5
$\sigma$	11,79	233,76	1,98	21,97	112,31	2,58
Q <sub>min</sub>	87,1	1123	11,3	111	945	14,8
Q <sub>max</sub>	44,6	418	5,08	36,4	620	6,04
C <sub>s</sub>	0,11	0,00	0,29	-0,05	-0,48	2,15
C <sub>v</sub>	0,18	0,31	0,25	0,30	0,14	0,30

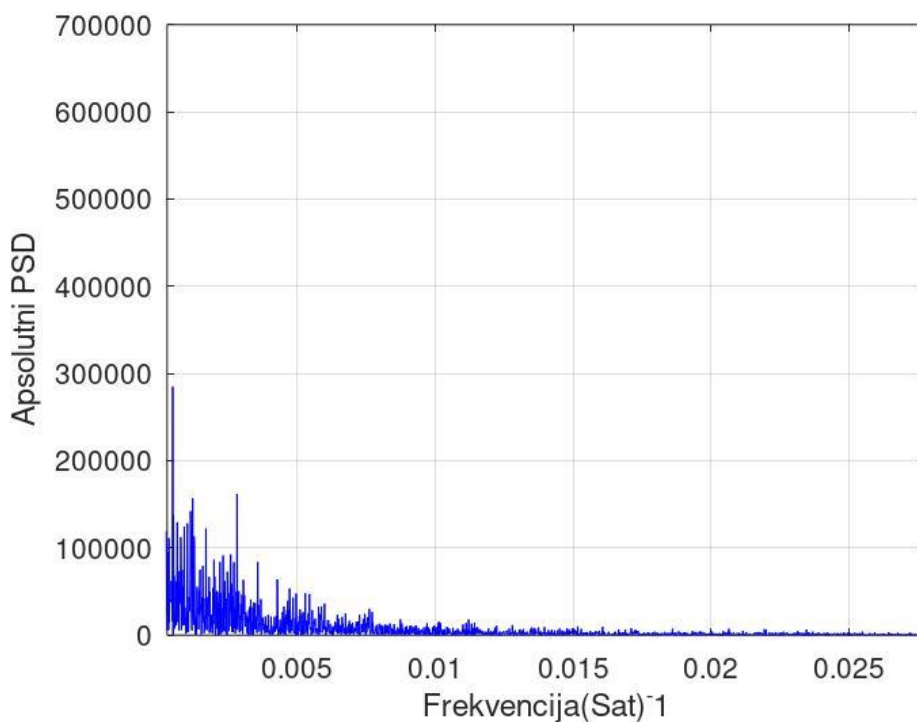
Prema podacima dobivenim osnovnim statističkim metodama možemo reći da srednji protok rijeke Kupe prosječno iznosi 12,9 m<sup>3</sup>/s (tablica 1), dok u profilu Hrvatsko srednji protok prosječno iznosi 19,0 m<sup>3</sup>/s (tablica 2), oboje za razdoblje od 2001. do 2009. Za to je razdoblje u profilu Kupari maksimalni protok prosječno iznosio 130,0 m<sup>3</sup>/s, dok je minimalni godišnji protok iznosio 0,98 m<sup>3</sup>/s (tablica 1). S druge strane u profilu Hrvatsko, maksimalni godišnji protok iznosio je 229,3 m<sup>3</sup>/s, dok je minimalni iznosio 1,4 m<sup>3</sup>/s. Tablica 3 prikazuje profil Kamanje te iz nje možemo iščitati kako je maksimalni protok u toku prvog razdoblja prosječno iznosio 752,1 m<sup>3</sup>/s, srednji protok prosječno 65,3 m<sup>3</sup>/s i minimalni protok prosječno 8,0 m<sup>3</sup>/s. Što se tiče drugog razdoblja, od 2010. do 2018., u profilu Kupari maksimalni protok prosječno je iznosio 156,2 m<sup>3</sup>/s, srednji protok prosječno 14,5 m<sup>3</sup>/s te minimalni protok prosječno 0,91 m<sup>3</sup>/s. Hidrološka stanica Hrvatsko zabilježila je podatke kako je maksimalni protok prosječno iznosio 267,2 m<sup>3</sup>/s, srednji protok 20,5 m<sup>3</sup>/s, dok je minimalni protok prosječno iznosio 2,2 m<sup>3</sup>/s (tablica 2). Iz tablica 3 vidljivo je kako je maksimalni protok prosječno iznosio 805,8 m<sup>3</sup>/s, srednji protok 74,3 m<sup>3</sup>/s te minimalni protok prosječno 8,5 m<sup>3</sup>/s, i to za podatke u profilu Kamanje. Iz ovih rezultata da se vidjeti kako je prosječna količina vode kod sva tri parametra protoka veća u drugom razdoblju nego što je to u prvih devet godina.

Sljedeći prikazani podatak u tablici jest standardna devijacija ( $\sigma$ ), koja prikazuje koliko je prosječno odstupanje od prosjeka prisutno u pojedinom razdoblju za pojedine podatke (apsolutno). Iz tablica 1, 2 i 3 možemo vidjeti kako je prosječno odstupanje veće u svim profilima i za maksimalne, srednje i minimalne protoke u odnosu na razdoblje od 2001. do 2018., s izuzetkom kod maksimalnih tokova u profilu Hrvatsko i Kamanje, gdje je to odstupanje nešto manje. Pomoću podataka o standardnoj devijaciji izračunat je koeficijent varijacije, koji prikazuje prosječno relativno odstupanje od prosjeka. On najčešće poprima vrijednosti iz intervala [0,100], a što je bliže vrijednosti 0 to je disperzija podataka manja, odnosno reprezentativnost je veća (Bahovec i sur., 2016.). Prema tome vidimo da je prosječno odstupanje od prosjeka također najmanje kod srednjih protoka rijeke Kupe u profilima Kupari i Hrvatsko u razdoblju od 2001. do 2009., iznosi 14% (relativno) te da je tu najveća reprezentativnost podataka.

### 4.3. Rezultati spektralne analize

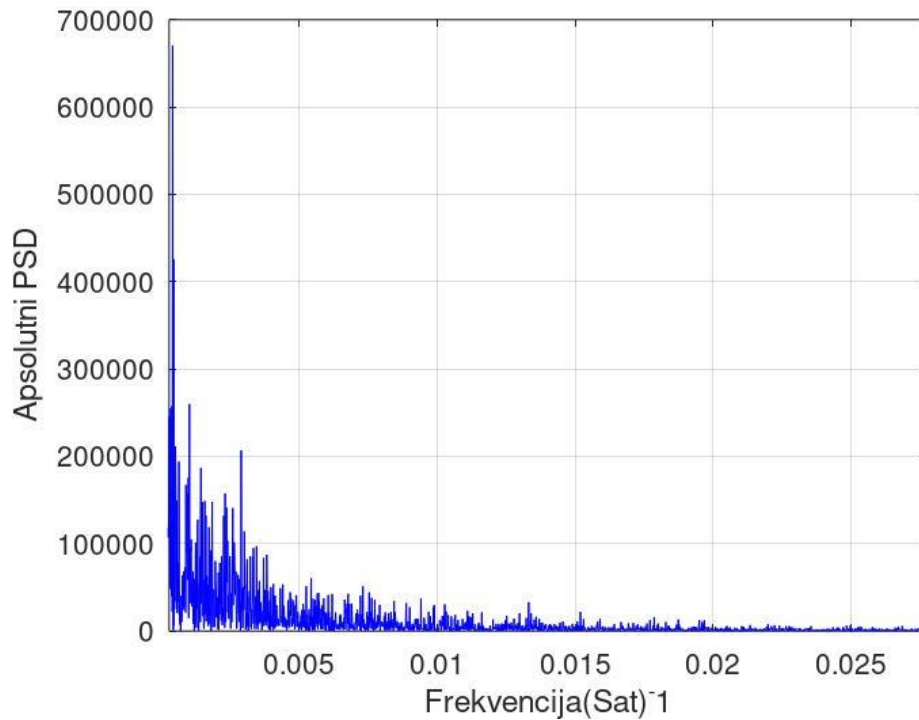
S obzirom da se ranije spomenuti satni podaci koji su glavni temeljen pisanja ovog rada nalaze u formi Excel tablice, njih je bilo potrebno prebaciti pomoću funkcije u oblik vektora kako bi se dalje mogli obrađivati. Ono što je već ugrađeno u navedenu funkciju u programskog jeziku Octave jest prisutnost Fourierove transformacije. Pomoću programskih kodova dobiveni su periodogrami, koji će se u nastavku prikazati i čije će se vrijednosti analizirati.

Uspoređivani su spektri između dva razmatrana razdoblja (2001.-2009.) i (2010.-2018.) za satne protoke. Na slici 12 prikazana je apsolutna gustoća spektra snage: jednađžba (14) satnih protoka  $Q$  na stanici Kupari na Kupi za razdoblje (2001.-2009.), a na slici 13 za razdoblje (2010.-2018.).



Slika 12: Apsolutna gustoća snage sprekra satnih protoka  $Q$  na stanici Kupari od 2001. do 2009. godine

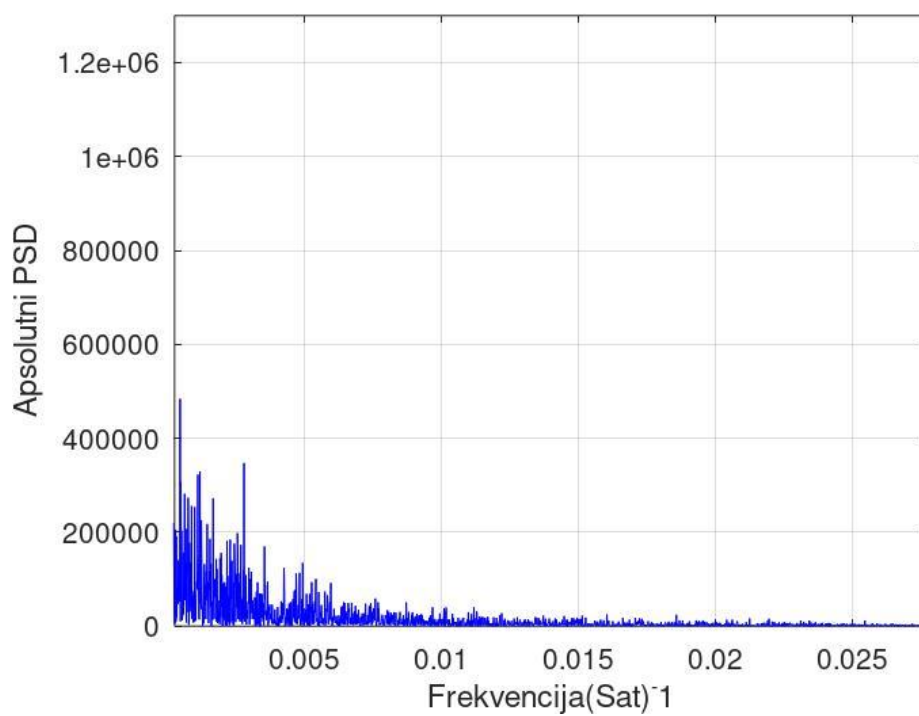




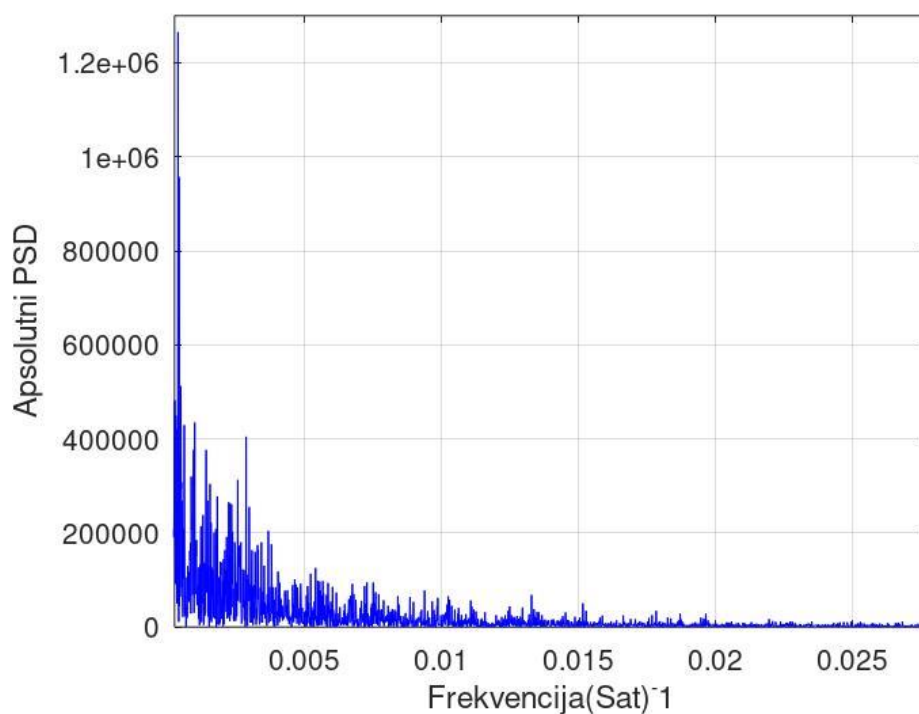
Slika 13: Apsolutna gustoća snage spektra satnih protoka Q na stanici Kupari od 2010. do 2018. godine

U spektru snage na slici 12 uočljiva su tri glavna vrha, najvećem odgovara frekvencija  $f = 0,000482 \text{ sat}^{-1}$ , odnosno periodičnost od  $T = 86,6$  dana, a manjima frekvencije  $f = 0,001204 \text{ sat}^{-1}$  i  $f = 0,002841 \text{ sat}^{-1}$  koje odgovaraju periodičnostima  $T = 14,6$  dana i  $T = 34,6$  dana. Na slici 13 također su uočljiva tri glavna vrha. Najvećem vrhu pripada frekvencija  $f = 0,0004056 \text{ sat}^{-1}$ , odnosno periodičnost  $T = 102,7$  dana. Sljedeći po redu ima frekvenciju  $f = 0,00101 \text{ sat}^{-1}$  koja odgovara vremenu  $T = 41,2$  dana. Sljedeći važniji vrh ima periodičnost od  $T = 14,6$  dana. Zanimljivo je i blago isticanje vrha frekvencije  $f = 0,01121 \text{ sat}^{-1}$  koja odgovara vremenu  $T = 90$  sati koji se ne ističe na slici 13.

Na slici 14 prikazana je apsolutna gustoća spektra snage ukupnih satnih protoka Q na stanici Hrvatsko za razdoblje (2001.-2009.), a na slici 15 za razdoblje (2010.-2018.).



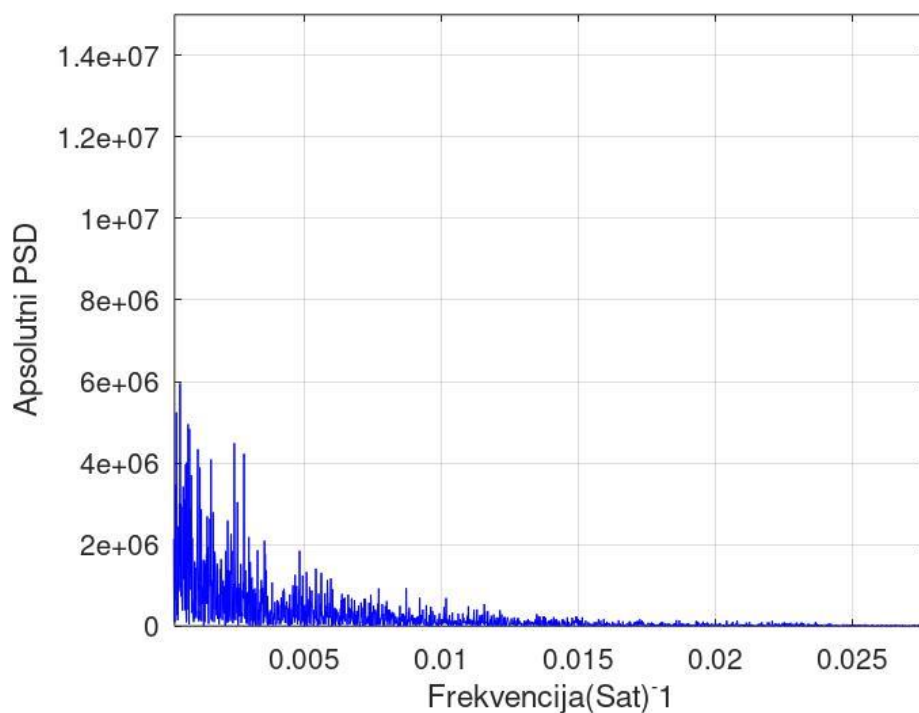
Slika 14: Apsolutna gustoća snage spektra satnih protoka Q na stanici Hrvatsko 2001. do 2009. godine



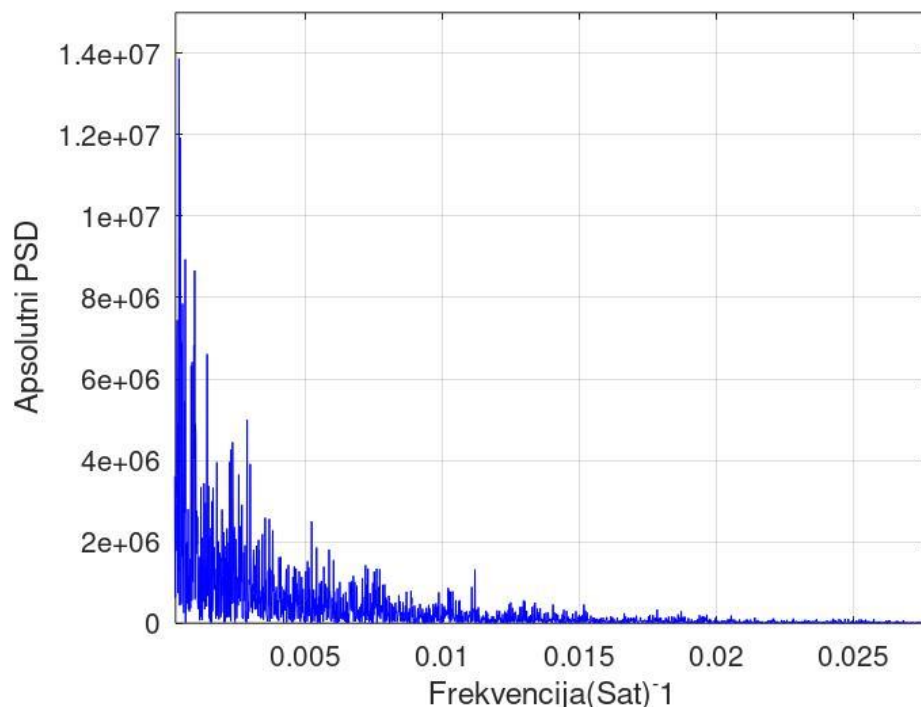
Slika 15: Apsolutna gustoća snage spektra satnog protoka Q na stanici Hrvatsko od 2010. do 2018. godine

Kao i u prethodnom primjeru, na postaji Hrvatsko intenzitet protoka se pojačao u novijem razdoblju. Na slici 14 glavi maksimum je periodičnosti  $T = 82,7$  dana, sljedeći se ponavlja svakih  $T = 34,6$  dana. Zadnji maksimum pokazuje zamjetniju periodičnost  $T = 14,66$  dana. Slika 15 prikazuje kasniji period znatno izraženijih maksimuma od kojih se ističe glavni s periodičnošću od  $T = 102,7$  dana koji uzrokuje sekundarni maksimum frekvencije  $f = 0.000444 \text{ sat}^{-1}$  koja odgovara periodičnosti  $T = 94$  dana. Sljedeći očitani maksimumi pojavljuju se u periodičnostima  $T = 41,2$  dana i  $T = 14,6$  dana. Zanimljiv je također manji vrh koji pokazuje jači protok periodičnosti  $T = 90$  sati.

Na slici 16 prikazana je apsolutna gustoća spektra snage ukupnih satnih protoka  $Q$  na stanici Kamanje za razdoblje (2001.-2009.), a na slici 17 za razdoblje (2010.-2018.).



Slika 16: Apsolutna gustoća snage spektra satnog protoka  $Q$  na stanici Kamanje od 2001. do 2009. godine



Slika 17: Apsolutna gustoća snage spektra satnog protoka Q na stanici Kamanje od 2010. do 2018. godine

Postaja Kamanje u novijem periodu ima protoke znatno većih intenziteta. U starijem periodu na slici 16 vide se maksimumi već spomenutih periodičnosti  $T = 82,7$  dana i  $T = 34,6$  dana. Zanimljivi su još maksimumi očitani na frekvencijama  $f = 0,00245 \text{ sat}^{-1}$  koja pretvorena u vrijeme je  $T = 17$  dana i  $f = 0,004835 \text{ sat}^{-1}$  koji odgovara periodičnosti od  $T = 8,6$  dana. Novije razdoblje prikazano na slici 17, osim već navedenih maksimuma od  $T = 102,7$  dana,  $T = 41,2$  dana,  $T = 14,6$  dana i  $T = 90$  sati pokazuje nove periodičnosti. Zanimljiva je frekvencija

$f = 0,00064 \text{ sat}^{-1}$  koja iznosi  $T = 65,1$  dan. Također valja istaknuti frekvenciju jednog uočljivog maksimuma manje vrijednosti  $f = 0,00524 \text{ sat}^{-1}$  koji pokazuje jedan značajniji protok

$T = 8$  dana.

## 5. Zaključak

Hidrološka istraživanja u krškim područjima neophodna su i uvijek aktualna, bilo da se radi o znanstvenim istraživanjima ili hidrološkim podlogama za projektiranja. Svojstva otjecanja u kršu su bitno drugačija nego u nekrškim područjima (Pavlič, 2016.). Prvenstveno zbog klimatskih promjena, ali i drugih nepoznanica koje utječu na prirodu, a tako i na vodni režim, nužno je provođenje ovakvih istraživanja.

U ovom radu istraživano je područje hrvatskog obraslog krša, koje je u odnosu na goli krš, posebno zanimljivo zbog gušće mreže površinskih tokova, velikih prosječnih protoka i ekstremnih velikih protoka vode koji se pojavljuju periodično (Pavlič, 2016.). Analizirani vodotoci na krškom slivu Kupe obuhvaćaju stanice Kupari, Hrvatsko i Kamanje.

Na razmatranom području primijenjena je Fourierova transformacija u sklopu spektralne analize za satne protoke podataka proteklih osamnaest godina. Uspoređeni su spektri protoka (Pavlič, 2016.) između dva razdoblja, od 2001. do 2009. godine te 2010. do 2018. godine. Na svim stanicama je kod protoka primjećeno da su vrijednosti u prvom razdoblju (2001.-2009.) uravnoteženije, odnosno da je tokom drugog razdoblja (2010.-2018.) primjećeno više ekstrema. To znači da su protekom vremena sušna razdoblja znatno jača, isto kao što su i vlažna razdoblja jača. To se da iščitati iz većeg broja i razine vrhova odnosno „peakova“ na dobivenim periodogramima.

Konačno, na temelju provedenih analiza može se zaključiti da postoji snažna promjena ulaznih signala u analiziranim razdobljima, kao što je to i u prethodnim istraživanjima (Pavlič i Parlov, 2019.). No ono što se uspjelo unaprijediti prema uputstvima prethodnih radova na kojima se temelji jest da su korišteni satni podaci, zbog toga što dnevni podaci često nisu dovoljni za visokokvalitetnu analizu, posebno kod manjih i visoko okršanih vodonosnika.

## 6. Literatura

1. Biondić, R., Meški, H., Biondić, B., & Loborec, J. (2016). Definiranje trendova i ocjena stanja podzemnih voda na području krša u Hrvatskoj. *Arhiv Geotehnički fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Varaždin*.
2. Croatian Parliament. Water Management Strategy; Official Gazette of Croatia: Zagreb, Croatia, 2008; Volume 91.
3. Eaton, J. W., Bateman, D., & Hauberg, S. (1997). *Gnu octave* (p. 42). London: Network theory.
4. Fleming, S.W., Levenue Marsh, A., Aly, A.H., Adams, A.. Practical applications of spectral analysis to hydrologic time series: *Hydrol. Process.* 16, 565–574 (2002)
5. Herak, M., Skoko, D. (2020): Uvod u spektralnu analizu, Geofizički odsjek PMF-a
6. Janeš, D., i sur. (2017). Šumogospodarska osnova, uređajni zapisnik od 2016. do 2025.
7. Matic, J., Gaurina-Međimurec, N., Prpić, D., & Novak Mavar, K. (2020, June). Eksploatacija ugljikovodika na kopnu Hrvatske i procjena utjecaja na okoliš. In *Zbornik radova/Četvrta regionalna konferencija o procjeni utjecaja na okoliš* (pp. 34-43). Hrvatska udruga stručnjaka zaštite prirode i okoliša.
8. Matijević, D., & Poljak, S. (2011). Fourierov red i Fourierova transformacija. *Math. e*, 19, 33-47.
9. Pavlić, K., Parlov, J.. Cross-Correlation and Cross-Spectral Analysis of the Hydrographs in the Northern Part of the Dinaric Karst of Croatia: *Geosciences*, 2019, 9, 86
10. Pavlić, K. (2016). *Regionalna hidrološka analiza krškog porječja Kupe* (Doctoral dissertation, University of Zagreb. Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering).
11. Šegota, T., & Filipčić, A. (2003). Köppen's classification of climates and the problem of corresponding Croatian terminology. *Geoadria*, 8(1), 17-37.
12. Trauth, M. H., Gebbers, R., Marwan, N., & Sillmann, E. (2007). *MATLAB recipes for*

*earth sciences* (Vol. 34). Berlin: Springer.

13. Zaninović, K., Gajić-Čapka, M., Perčec Tadić, M., Vučetić, M., Milković, J., Bajić, A., ... & Vučetić, V. (2008). Klimatski atlas Hrvatske. *Državni hidrometeorološki zavod, Zagreb, 172.*
14. Žugaj, R., Hidrologija, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb (2015) 538 str.

Internetske stranice:

<https://www.dinarskogorje.com/sliv-rijeke-kupe-kolpe.html> (22.07.2021.)