

# Proizvodni modeli vertikalne naftne bušotine

---

Djerdji, Fran

Undergraduate thesis / Završni rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:169:379557>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-21**



Repository / Repozitorij:

[Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering Repository, University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
RUDARSKO-GEOLOŠKO-NAFTNI FAKULTET  
Preddiplomski studij naftnog rudarstva

**PROIZVODNI MODELI VERTIKALNE NAFTNE BUŠOTINE**

Završni rad

Fran Djerđji

N 4330

Zagreb, 2022.

PROIZVODNI MODELI VERTIKALNE NAFTNE BUŠOTINE  
FRAN DJERDJI

Rad izrađen: Sveučilište u Zagrebu  
Rudarsko-geološko-naftni fakultet  
Zavod za naftno-plinsko inženjerstvo i energetiku  
Pierottijeva 6, 10 000 Zagreb

Sažetak

U teoretskom dijelu rada su ukratko opisana rješenja jednadžbe difuzije za radijalni protok fluida iz ležišta u bušotinu, koja se koriste pri postavljanju proizvodnih modela vertikalne naftne bušotine, u svrhu određivanja njenih proizvodnih mogućnosti. Kod ovih rješenja, koja se koriste u primjerima proračuna za određivanje dinamičkih tlakova na dnu hipotetske bušotine, pretpostavlja se uvjet konstantnog protoka nafte. Zatim se u odabranim vremenima određuje stanje protoka, koje prema rješenjima jednadžbe difuzije može biti prijelazno, koje odgovara stanju u neograničenom hipotetskom ležištu, te polustacionarno ili stacionarno, koja odgovaraju ograničenim ležištima. Temeljem navedenog i s pomoću ulaznih parametara određuju se proizvodne mogućnosti bušotine, do pojave dvofaznog protoka fluida u ležištu, odnosno do trenutka kada je tlak u ležištu pao do tlaka zasićenja.

Ključne riječi: jednadžba difuzije, proizvodni model bušotine, neograničeno i ograničeno ležište

Završni rad sadrži: 26 stranica, 3 tablica, 6 slika i 4 reference

Jezik izvornika: Hrvatski

Pohrana rada: Knjižnica Rudarsko-geološko-naftnog fakulteta, Pierottijeva 6, Zagreb

Mentori: Dr. sc. Sonja Koščak Kolin, docentica RGNF

Ocjenjivači: Dr. sc. Sonja Koščak Kolin, docentica RGNF  
Dr. sc. Vladislav Brkić, izvanredni profesor RGNF  
Dr. sc. Borivoje Pašić, izvanredni profesor RGNF

Datum obrane: 21.9.2022, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu

## SADRŽAJ

<b>POPIS SLIKA</b> .....	<b>I</b>
<b>POPIS TABLICA</b> .....	<b>II</b>
<b>POPIS KORIŠTENIH OZNAKA I PRIPADAJUĆIH SI JEDINICA</b> .....	<b>III</b>
<b>1. UVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>2. PROTJECANJE FLUIDA U POROZNOM MEDIJU</b> .....	<b>3</b>
2.1. Trodimenzionalni protok .....	3
2.2. Radijalni protok .....	5
2.3. Modeli s konstantnim protokom na unutarnjoj granici ležišta .....	7
2.3.1. <i>Neograničena ležišta</i> .....	7
2.3.2. <i>Ograničeno ležište sa zatvorenom vanjskom granicom</i> .....	12
2.3.3. <i>Ograničeno ležište s konstantnim tlakom na vanjskoj granici</i> .....	13
2.3.4. <i>Prijelazni, polustacionarni i stacionarni protok</i> .....	14
<b>3. PRORAČUN PROIZVODNIH MOGUĆNOSTI BUŠOTINE</b> .....	<b>16</b>
3.1. Slučaj početnog protoka .....	17
3.2. Slučaj smanjenog protoka i otklonjenog skin faktora .....	22
3.3. Slučaj održavanja ležišnog tlaka .....	24
<b>4. ZAKLJUČAK</b> .....	<b>25</b>
<b>5. LITERATURA</b> .....	<b>26</b>

## POPIS SLIKA

<b>Slika 2-1.</b> Model trodimenzionalnog linearnog protoka .....	4
<b>Slika 2-2.</b> Model radijalnog protoka .....	6
<b>Slika 2-3.</b> Neograničeno ležište s bušotinom u sredini .....	8
<b>Slika 2-4.</b> Tipska krivulja za neograničen sustav sa konstantim protokom .....	12
<b>Slika 2-5.</b> Tipske krivulje za ograničeni sustav sa zatvorenom vanjskom granicom i konstantnim protokom na unutarnjoj granici.....	13
<b>Slika 2-6.</b> Tipske krivulje za ograničeni sustav sa konstantnim tlakom na vanjskoj granici i konstantnim protokom na unutarnjoj granici.....	14

## **POPIS TABLICA**

<b>Tablica 3-1.</b> Konstantni parametri proračuna .....	16
<b>Tablica 3-2.</b> Parametri dobiveni analizom izmjerenog tlaka .....	16
<b>Tablica 3-3.</b> Parametri radijusa bušotine i crpljenja .....	17

## POPIS KORIŠTENIH OZNAKA I PRIPADAJUĆIH SI JEDINICA

Oznaka	Jedinica	Opis
$B$	$\text{m}^3/\text{m}^3$	obujamski koeficijent
$c$	$\text{Pa}^{-1}$	stlačivost
$c_t$	$\text{Pa}^{-1}$	ukupna stlačivost ležišta
$g$	$\text{m}/\text{s}^2$	ubrzanje slobodnog pada
$h$	$\text{m}$	efektivna debljina ležišta
$k$	$\text{m}^2$	propusnost
$p$	$\text{Pa}$	tlak
$p_b$	$\text{Pa}$	tlak zasićenja
$p_D$	-	bezdimezionalni tlak
$q$	$\text{m}^3/\text{s}$	obujamski protok
$r$	$\text{m}$	radijus
$r_D$	-	bezdimezionalni radijus
$r_e$	$\text{m}$	radijus crpljenja
$r_{eD}$	-	bezdimezionalni radijus crpljenja
$r_w$	$\text{m}$	radijus bušotine
$r_{wD}$	-	bezdimezionalni radijus bušotine
$r_s$	$\text{m}$	radijus pribušotinske zone promijenjene propusnosti
$S_w$	dio cijelog	zasićenje ležišne stijene vodom
$s$	-	skin faktor
$t$	$\text{s}$	vrijeme
$t_D$	-	bezdimezionalno vrijeme u funkciji radijusa
$V$	$\text{m}^3$	obujam
$v$	$\text{m}/\text{s}$	brzina
$k_r$	dio cijelog	relativna propusnost
$k_s$	$\text{m}^2$	promijenjena propusnost stijene u pribušotinskoj zoni
$\mu$	$\text{Pa}\cdot\text{s}$	dinamička viskoznost
$\rho$	$\text{kg}/\text{m}^3$	obujamska masa
$\phi$	dio cijelog	efektivna šupljikavost stijene
$A$	$\text{m}^2$	površina prostiranja ležišta
$p_i$	$\text{Pa}$	početni ležišni tlak
$p_{wf}$	$\text{Pa}$	dinamički tlak u bušotini na razini ležišta

## 1. UVOD

Tri naftno-geološka područja koja su važna za istraživanje i eksploataciju u Republici Hrvatskoj su Dinaridi, Panonski bazen i Jadransko more. Dinaridi nisu pretežito istraženi te do danas nije otkriveno niti jedno polje ugljikovodika. Najznačajnije područje smatra se Panonski bazen gdje se proizvodnja počela razvijati već u pedesetim godinama prošlog stoljeća. Jadransko more poznato je po ležištima biogenog plina na sjevernom području Jadrana gdje je proizvodnja započela 1999.godine. Na području Jadrana otkriveno je 17 plinskih polja te su ležišta na dubini između 500 m i 1000 m dubine (Kojaković et al., 2019).

Jedna od podjela rezervi je na bilančne i izvanbilančne. Bilančne rezerve su rezerve kod kojih je proizvodnja ekonomski isplativa uz korištenje današnje tehnologije. Izvanbilančne su rezerve kod kojih nije ekonomski isplativa proizvodnja ugljikovodika. Da bi povećali broj bilančnih rezervi, potrebno je ulagati u istraživanje novih ili neistraženih područja te razvijati i poboljšavati tehnologiju za pridobivanje, pri čemu je neophodno i poznavanje proizvodnih modela bušotine, kojima se djelomično bavi ovaj rad. Od 2000. godine bilančne rezerve nafte i kondenzata kreću se između 9 i 13,5 milijuna m<sup>3</sup>. Gledano od 2013. godine bilježi se stalni pad rezervi nafte. Bilančne rezerve plina također imaju stalni pad koji je započeo 2007. godine te je 2017. godine razina bilančnih rezervi bila na 25% rezervi zabilježenih 2007. godine. Polja iz kojih se danas crpi već su u visokom stupnju iscrpljenosti te energija ležišta nije dovoljna za proizvodnju pa se kod mnogih koriste sekundarne metode za pridobivanje ugljikovodika. Podaci iz 2016. godine navode da je ukupan iscrpak nafte iznosio 32,6%, kondenzata 54,6% te plina 55,7%. Da bi povećali bilančne rezerve nafte i plina te da bi se produljio proizvodni vijek postojećih polja, potrebno je ulagati u nove tehnologije za pridobivanje i dodjeliti nove koncesije za istraživanje i proizvodnju ugljikovodika (www.ina.hr, 2022).

Proizvodnja nafte i plina ovisi o hidrodinamičkim i geološkim uvjetima u ležištu te postoje razni proizvodni modeli s pomoću kojih se određuju proizvodne mogućnosti bušotine, prihvatljivi za određena stanja protoka u bušotini. U radu je prikazan osnovni proizvodni model vertikalne bušotine za koju su provedeni primjeri proračuna proizvodnih karakteristika u slučaju konstantnog protoka na unutarnjoj granici ležišta. Navedeni model ovisi o radijalnom utoku fluida iz ležišta u bušotinu, u kojem se koriste rješenja jednadžbe difuzije za određena stanja protoka.

Prilikom izračuna dinamičkih tlakova na dnu bušotine, u hipotetskim naftnim ležištima različitih propusnosti, također se koriste navedena rješenja, koja vrijede do pojave dvofaznog



protoka fluida u ležištu. Daljnji tijek postavljanja proizvodnog modela bušotine koji bi uključivao odstupanja od idealnog modela pri određivanju indikatorskih krivulja, kao i određivanje krivulje gradijenata dinamičkog tlaka u uzlaznim cijevima, a koji se u praksi provodi s pomoću softverskih alata, nije bio dio ovog rada.

## 2. PROTJECANJE FLUIDA U POROZNOM MEDIJU

Matematički opis protjecanja fluida u poroznom mediju temelji se na sljedećim fizikalnim zakonitostima (Čikeš, 2015):

- jednadžbi stanja;
- zakonu održanja mase ili jednadžbi kontinuiteta;
- Darcyjevom zakonu;

U nastavku slijedi skraćeni opis izvoda osnovnih rješenja jednadžbe difuzije, koji se koriste u proizvodnim modelima vertikalnih bušotina, a njihova primjena je ukratko dana kasnije, u primjerima određivanja proizvodnih mogućnosti hipotetske naftne bušotine.

### 2.1. Trodimenzionalni protok

Slika 2-1. prikazuje prostor poroznog medija sa dimenzijama  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  i  $\Delta z$  u koordinatnom sustavu  $x$ ,  $y$  i  $z$ . Brzine protjecanja u smjerovima  $x$ ,  $y$  i  $z$  označene su sa  $v_x$ ,  $v_y$  i  $v_z$  i formulirane preko obujamske komponente utoka fluida u element po jedinici površine.

Na temelju toga, maseni utok fluida u element u smjeru osi  $x$  jednak je umnošku obujamske mase fluida  $\rho$ , brzine protjecanja  $v_x$  i površine poprečnog presjeka  $\Delta y \Delta z$ .

$$\rho v_x \Delta y \Delta z \quad (2-1)$$

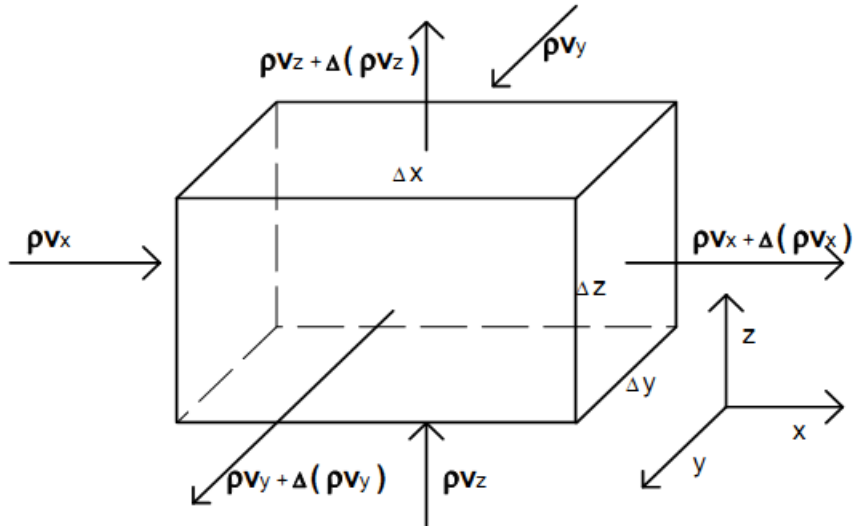
gdje su:  $\rho$  - obujamska masa ( $\text{kg/m}^3$ ),  
 $x, y, z$  - smjerovi.

a maseni istok fluida u smjeru osi  $x$  jednak je:

$$[\rho v_x + \Delta(\rho v_x)] \Delta y \Delta z \quad (2-2)$$

gdje su:  $\rho$  - obujamska masa ( $\text{kg/m}^3$ ),  
 $v_x$  - brzina ( $\text{m/s}$ ),  
 $x, y, z$  - smjerovi.

Neto protok u smjeru osi  $x$  je prikazan kao razlika masenog utoka i istoka fluida, te se na isti način mogu odrediti neto protoci u smjerovima osi  $y$  i  $z$ .



**Slika 2-1.** Model trodimenzionalnog linearnog protoka (Čikeš, 2015)

Uvođenjem Darcyjevog zakona koji opisuje brzine protjecanja u smjeru osi x, y i z i kombiniranjem sa jednažbom kontinuiteta dobiva se sljedeći izraz:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k_x \rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k_y \rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{k_z \rho}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \right) \right] = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (2-3)$$

gdje su:  $\rho$  - obujamska masa ( $\text{kg/m}^3$ ),  
 $\mu$  - dinamička viskoznost ( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ),  
 $p$  - tlak (Pa),  
 $k$  - propusnost ( $\text{m}^2$ ),  
 $g$  - ubrzanje slobodnog pada ( $\text{m/s}^2$ ).

Diferencijalna jednažba koja sljedi iz prethodne jednažbe ovisi o jednažbi stanja za određeni fluid te je preispitivanje same jednažbe ograničeno na izotermalni protok fluida male i konstantne stlačivosti. Stlačivost je promjena volumena fluida zbog promjene tlaka te se pri izotermičkim uvjetima defirina kao jednažba:

$$c = - \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p} \quad (2-4)$$

gdje su:  $c$  - stlačivost ( $\text{Pa}^{-1}$ ),  
 $V$  - obujam ( $\text{m}^3$ ),  
 $p$  - tlak (Pa).

a uređenjem, diferenciranjem po varijabli  $x$  i uvođenjem definicije za gustoću, jednadžba dobiva sljedeći oblik:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = c \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2-5)$$

gdje su:  $c$  – stlačivost ( $\text{Pa}^{-1}$ ),  
 $p$  – tlak (Pa),  
 $\rho$  - obujamska masa ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ).

Ako se prepostavi da je prisutan mali gradijent tlaka te da je stlačivost mala, konačan oblik diferencijalne jednažbe za trodimenzionalni linearni protok fluida u poroznom mediju naziva se jednadžbom difuzije:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2-6)$$

gdje su:  $c$  – stlačivost ( $\text{Pa}^{-1}$ ),  
 $p$  – tlak (Pa),  
 $k$  – propusnost ( $\text{m}^2$ ),  
 $t$  – vrijeme (s).

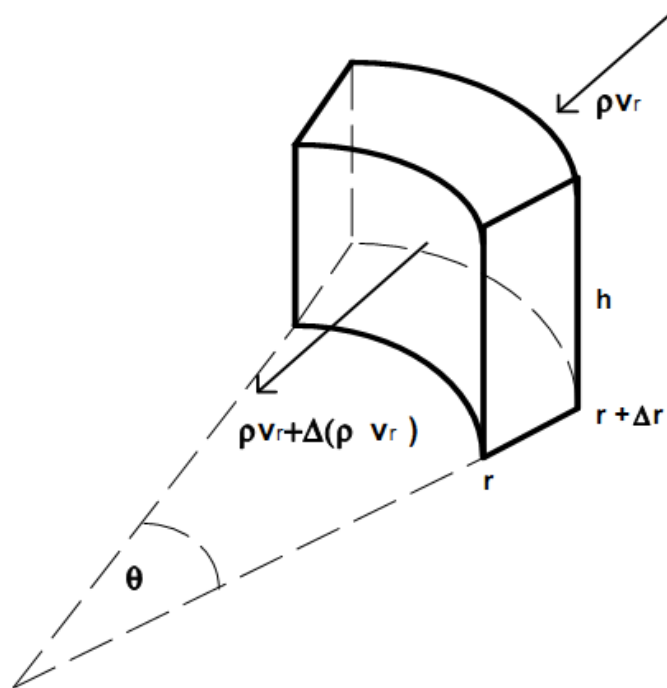
i koristi se u nastavku kao teoretska osnova za rješenja jednadžbe difuzije radijalnog protoka, koji odgovara protoku u vertikalnoj bušotini, a koja se primjenjuju u proračunima i modelima za određivanje proizvodnih mogućnosti.

## 2.2. Radijalni protok

Radijalni protok je jednodimenzionalan, horizontalan u smjeru  $r$ . Maseni utok je jednak umnošku volumne mase fluida  $\rho$ , brzine protjecanja  $v_r$  i površine određene radijusom  $r + \Delta r$ , kutom  $\theta$  i visinom  $h$ , odnosno jednak je umnošku  $\rho v_r (r + \Delta r) \theta h$ .

Maseni istok iz elementa dobija se iz umnoška istih varijabli, na temelju toga da je površina određena radijusom  $r$ , tj.  $-\rho v_r + \Delta(\rho v_r) \theta r h$ .

U svrhu predodžbe utoka fluida u ležište, na slici 2-2. prikazan je radijalni model protjecanja, temeljem kojeg su izvedene i daljnje jednadžbe.



**Slika 2-2.** Model radijalnog protoka (Čikeš, 2015)

Uvrštavanjem brzine protjecanja  $v_r$  u jednadžbu kontinuiteta za radijalni protok, koja je definirana preko općeg oblika Darcyjevog zakona, dobivamo jednadžbu kontinuiteta koja se može pisati kao:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \rho \frac{k_r}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} \quad (2-7)$$

- gdje su:  $p$  – tlak (Pa),  
 $t$  – vrijeme (s),  
 $\mu$  - dinamička viskoznost (Pa·s),  
 $r$  – radijus (m),  
 $\rho$  - obujamska masa (kg/m<sup>3</sup>),  
 $k_r$  – relativna propusnost (dio cijelog).

Konačan oblik ove jednadžbe ovisi o jednadžbi stanja određenog fluida.

Za izotermalni protok fluida male i konstante stlačivosti pri konstatnoj viskoznosti, propusnosti, šupljikavosti i malog gradijenta tlaka dobiva se jednadžba difuzije za radijalni protok:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2-8)$$

gdje su:  $p$  – tlak (Pa),  
 $t$  – vrijeme (s),  
 $r$  – radijus (m),  
 $\mu$  - dinamička viskoznost (Pa·s),  
 $c$  – stlačivost (Pa<sup>-1</sup>).

Rješenja jednadžbe difuzije ovise o definiciji početnih i rubnih uvjeta, odakle proizlaze dvije grupe rješenja:

1. rješenja za konstantan protok na unutarnjoj granici ležišta (koja se standardno primjenjuju kod konvencionalnih ležišta) i
2. rješenja za konstantan dinamički tlak na unutarnjoj granici ležišta (koja se mogu primijeniti i za tzv. nekonvencionalna ili slabo propusna ležišta).

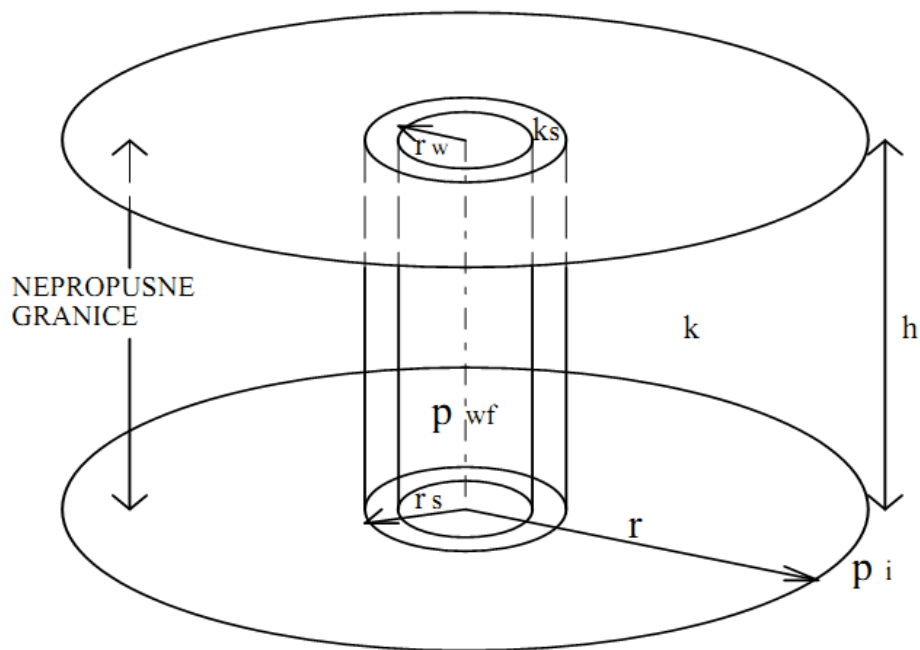
Unutar obje navedene grupe postoje tri rješenja:

- za neograničena ležišta;
- za ograničena ležišta sa zatvorenom vanjskom granicom;
- za ograničena ležišta s konstantnim tlakom na vanjskoj granici.

## 2.3. Modeli s konstantnim protokom na unutarnjoj granici ležišta

### 2.3.1. Neograničena ležišta

Na slici 2-3. je prikazano neograničeno cilindrično ležište s bušotinom u sredini, gdje su unesene osnovne oznake koje se koriste u skraćenom izvodu pojedinih rješenja jednadžbe difuzije u nastavku. Ova rješenja su teoretska podloga proizvodnog modela vertikalne naftne bušotine, jer se mogu koristiti za određivanje proizvodnih mogućnosti bušotine. Njihova primjena dana je kasnije u izračunu dinamičkog tlaka na dnu bušotine, pri uvjetima konstantnog protoka u hipotetskom ležištu nafte.



**Slika 2-3.** Neograničeno ležište s bušotinom u sredini

Konačno rješenje jednadžbe difuzije za tlak kod radijusa  $r$  u vremenu  $t$  prikazano je jednadžbom 2-9, koja predstavlja rješenje dinamičkog tlaka  $p_{wf}$ , u vremenu  $t$ :

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi kh} \frac{1}{2} \left( \ln \frac{kt}{\phi\mu cr_w^2} + 0,80907 \right) \quad (2-9)$$

Pridodavanjem skin faktora drugom članu na desnoj strani, jednadžba glasi:

$$p_{wf}(t) = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi kh} \left[ \frac{1}{2} \left( \ln \frac{kt}{\phi\mu cr_w^2} + 0,80907 \right) + s \right] \quad (2-10)$$

gdje su:  $p_{wf}$  – dinamički tlak u bušotini na razini ležišta (Pa),

$p_i$  – početni ležišni tlak (Pa),

$q$  – obujamski protok ( $m^3/s$ ),

$\mu$  – dinamička viskoznost ( $Pa \cdot s$ ),

$k$  – propusnost ( $m^2$ ),

$h$  – efektivna debljina ležišta (m),

$t$  – vrijeme (s),

$c$  – stlačivost ( $Pa^{-1}$ ),

$r_w$  – radijus bušotine (m),

$s$  – skin faktor(-).

$B$  – obujamski koeficijent ( $m^3/m^3$ ).

gdje je skin dan izrazom u kojem ovisi o radijusu oštećenja i smanjenoj propusnosti:

$$s = \left(\frac{k}{k_s} - 1\right) \ln \frac{r_s}{r} \quad (2-11)$$

gdje su:  $k$  – propusnost ( $m^2$ ),

$r$  – radijus (m),

$k_s$  – promijenjena propusnost stijene u pribušotinskoj zoni (dio cijelog),

$r_s$  – radijus pribušotinske zone promijenjene propusnosti (m).

Pad tlaka u ležištu, prema jednadžbi 2-10 iznosi,  $\Delta p = p_i - p_{r,t}$ , proporcionalan je nekoj konstanti i bezdimenzionalnoj varijabli koju se naziva bezdimenzionalnim padom tlaka  $p_D$ , te je on funkcija bezdimenzionalne varijable  $\frac{4kt}{\phi\mu cr^2}$  koja se naziva bezdimenzionalnim vremenom  $t_D$ .

Na temelju toga, gornja jednadžba postaje:

$$p_i - p(r, t) = \frac{qB\mu}{2\pi kh} p_D \quad (2-12)$$

gdje su:  $p_i$  – početni ležišni tlak (Pa),

$q$  – obujamski protok ( $m^3/s$ ),

$B$  – obujamski koeficijent ( $m^3/m^3$ ),

$\mu$  – dinamička viskoznost ( $Pa \cdot s$ ),

$k$  – propusnost ( $m^2$ ),

$h$  – efektivna debljina ležišta (m),

$p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-),

$p$  – tlak (Pa).



a iz nje se bezdimenzionalni tlak definira kao:

$$p_D = \frac{2\pi kh(p_i - p)}{qB\mu} \quad (2-13)$$

gdje su:  $p_i$  – početni ležišni tlak (Pa),  
 $q$  – objamski protok (m<sup>3</sup>/s),  
 $B$  – objamski koeficijent (m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>),  
 $\mu$  – dinamička viskoznost (Pa·s),  
 $k$  – propusnost (m<sup>2</sup>),  
 $h$  – efektivna debljina ležišta (m),  
 $p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-),  
 $p$  – tlak (Pa).

i bezdimenzionalno vrijeme:

$$t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t r^2} \quad (2-14)$$

gdje su:  $k$  – propusnost (m<sup>2</sup>),  
 $t$  – vrijeme (s),  
 $\mu$  – dinamička viskoznost (Pa·s),  
 $\phi$  – efektivna šupljikavost stijene (dio cijelog),  
 $r$  – radijus (m),  
 $t_D$  – bezdimenzionalno vrijeme u funkciji radijusa (-),  
 $c_t$  – ukupna stlačivost ležišta (Pa<sup>-1</sup>).

što znači da su bezdimenzionalne varijable umnožak konstante a i stvarne varijable x, te je njihov logaritamski oblik sljedeći:

$$\log p_D = \log \frac{2\pi kh}{qB\mu} + \log(p_i - p) \quad (2-15)$$

$$\log t_D = \log \frac{k}{\phi\mu c_t r^2} + \log t \quad (2-16)$$

gdje su:  $q$  – objamski protok ( $\text{m}^3/\text{s}$ ),  
 $k$  – propusnost ( $\text{m}^2$ ),  
 $h$  – efektivna debljina ležišta (m),  
 $B$  – objamski koeficijent ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ ),  
 $p$  – tlak (Pa),  
 $p_i$  – početni ležišni tlak (Pa),  
 $\mu$  - dinamička viskoznost ( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ),  
 $t$  – vrijeme (s),  
 $r$  – radijus (m),  
 $p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-),  
 $t_D$  – bezdimenzionalno vrijeme u funkciji radijusa (-).  
 $\phi$  - efektivna šupljikavost stijene (dio cijelog).

Izraz za radijus u bezdimenzionalnoj formi izgleda:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad (2-17)$$

gdje su:  $r$  – radijus (m),  
 $r_w$  – radijus bušotine (m),  
 $r_D$  – bezdimenzionalni radijus (-).

pa jedandžba difuzije za radijalni protok u bezdimenzionalnom obliku ima sljedeći oblik:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (2-18)$$

gdje su:  $r_D$  – bezdimenzionalni radijus (-),  
 $t_D$  – bezdimenzionalno vrijeme u funkciji radijusa (-),  
 $p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-),

Njeno rješenje za neograničeno ležište s konstantim protokom, kojeg se kasnije koristi u izračunu proizvodnih mogućnosti hipotetske bušotine, je:

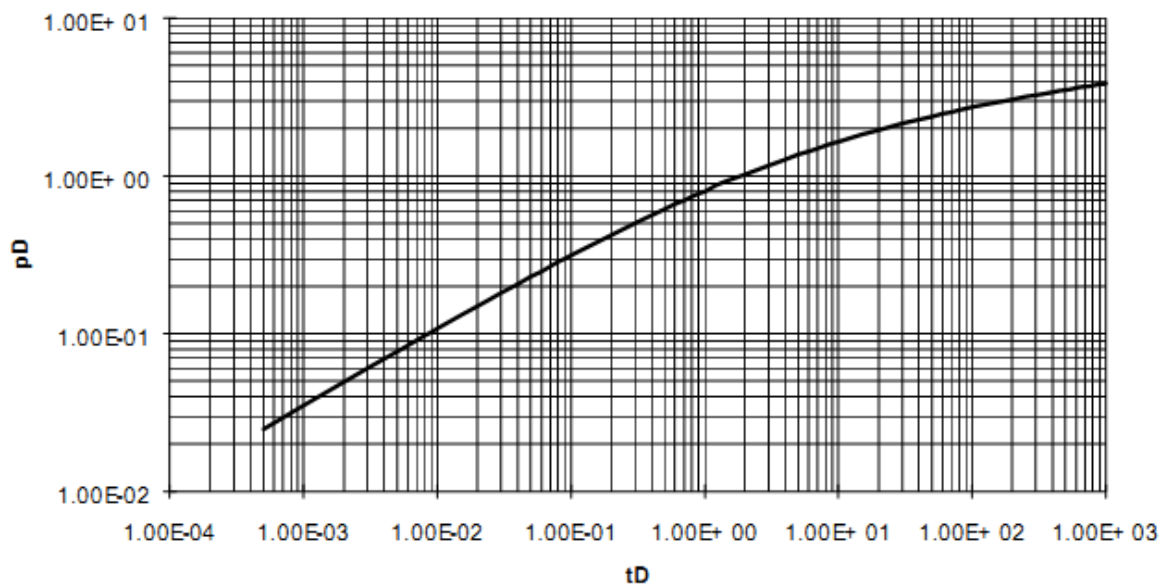
$$p_D(t_D) = \frac{1}{2} \left[ \ln \left( \frac{t_D}{r_D^2} \right) + 0,80907 \right] \quad (2-19)$$

gdje su:  $p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-),

$t_D$  – bezdimenzionalno vrijeme u funkciji radijusa (-),

$r_D$  – bezdimenzionalni radijus (-).

Na slici 2-4. je dijagram koji prikazuje grafičko rješenje navedene jednadžbe 2-19, tj. ovisnost bezdimenzionalnog tlaka  $p_D(t_D)$  na unutarnjoj granici ležišta i bezdimenzionalnog vremena  $t_D$ , koje se temelji na radijusu bušotine  $r_w$ .



**Slika 2-4.** Tipiska krivulja za neograničen sustav sa konstantim protokom (Čikeš, 2015)

### 2.3.2. Ograničeno ležište sa zatvorenom vanjskom granicom

Prilikom zamjene radijusa  $r$  na slici sa radijusom crpljenja  $r_e$ , mogući je prikaz sustava sa ograničenim ležištem sa zatvorenom vanjskom granicom. Bezdimenzionalni oblik radijusa  $r_e$  definiramo kao:

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w} \quad (2-20)$$

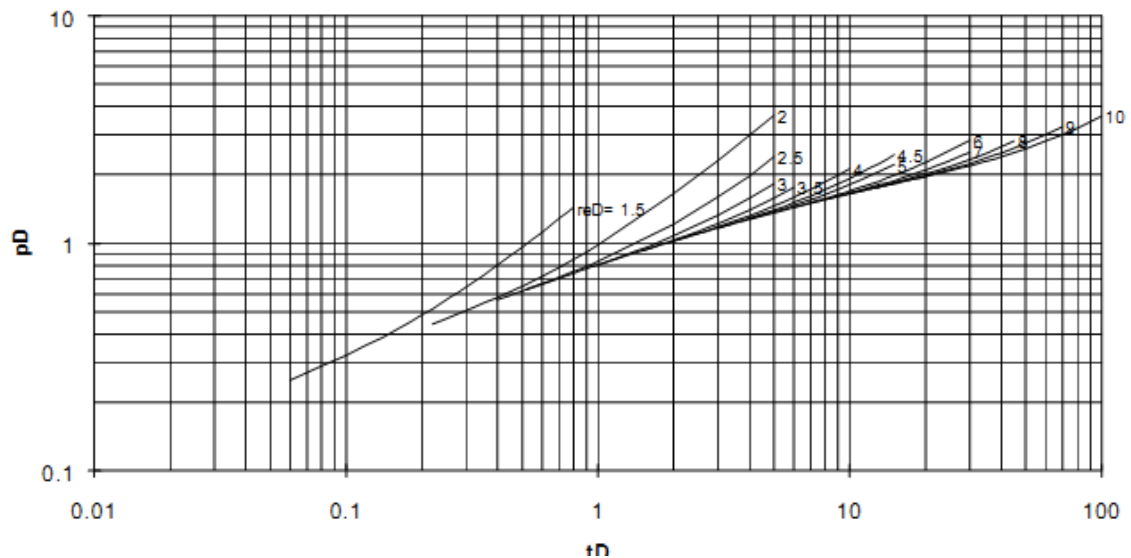
gdje su:  $r_w$  – radijus bušotine (m),  
 $r_e$  – radijus crpljenja (m),  
 $r_{eD}$  – bezdimenzionalni radijus crpljenja (-).

Iako postoje egzaktna rješenja jednadžbe difuzije radijalnog protoka za ograničena ležišta, u praksi se koristi aproksimativno rješenje, koje glasi:

$$p_D(t_D) = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \quad (2-21)$$

gdje su:  $p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-),  
 $t_D$  – bezdimenzionalno vrijeme u funkciji radijusa (-),  
 $r_{eD}$  – bezdimenzionalni radijus crpljenja (-).

a koje je također prikazano i grafički na slici 2-5.



**Slika 2-5.** Tipične krivulje za ograničeni sustav sa zatvorenom vanjskom granicom i konstantnim protokom na unutarnjoj granici (Čikeš, 2015)

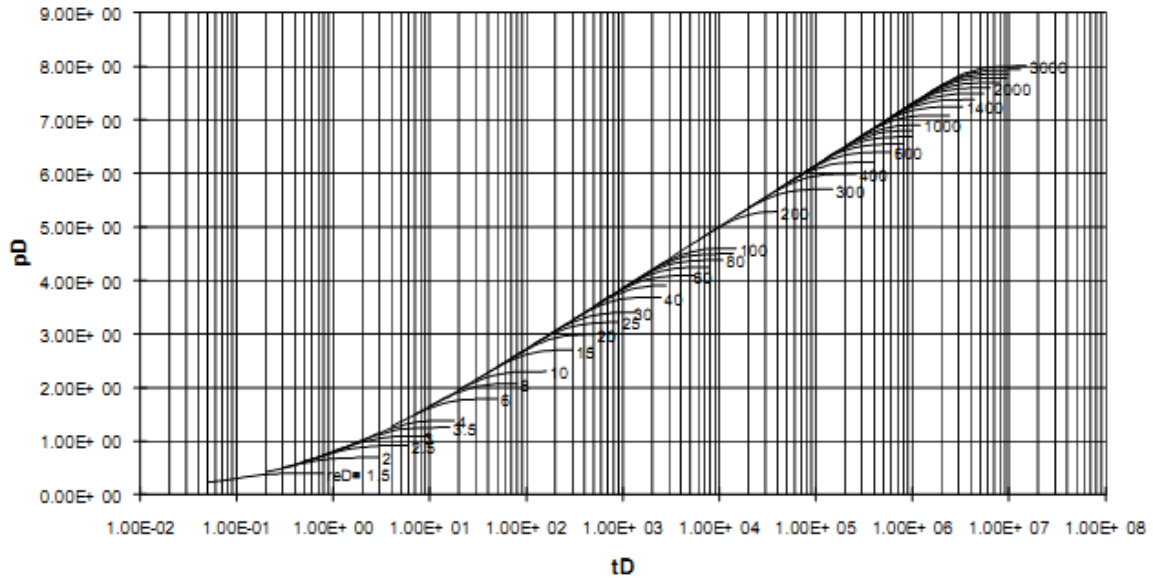
### 2.3.3. Ograničeno ležište s konstantnim tlakom na vanjskoj granici

U slučaju konstantnog tlaka na vanjskoj granici aproksimativno rješenje je sljedeće:

$$p_D \cong \ln r_{eD} \quad (2-22)$$

gdje su:  $p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-),  
 $r_{eD}$  – bezdimenzionalni radijus crpljenja (-).

Grafički prikaz egzaktnih rješenja prikazan je na sljedećoj slici 2-6.:



**Slika 2-6.** Tipske krivulje za ograničeni sustav sa konstantnim tlakom na vanjskoj granici i konstantnim protokom na unutarnjoj granici (Čikeš, 2015)

#### 2.3.4. Prijelazni, polustacionarni i stacionarni protok

Prijelazno razdoblje je period kada je bušotina u ranoj fazi proizvodnje te se tlak ponaša kao u neograničenom ležištu. Ovo stanje se može prikazati jednadžbom:

$$P_D(t_D) = \frac{1}{2} [\ln t_D + 0,80907] \quad (2-23)$$

Kada se dosegnu granice ležišta, tlak počinje odstupati od tlaka iz ograničenog ležišta te se primjenjuje jednadžba u kojoj je pad tlak prikazan kao linearna funkcija vremena te glasi:

$$p_D(t_D) = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \quad (2-24)$$

gdje su:  $p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-).

$t_D$  – bezdimenzionalno vrijeme u funkciji radijusa (-).

$r_{eD}$  – bezdimenzionalni radijus crpljenja (-).

Ovakvo stanje se naziva polustacionarnim ili engl. *semi-steady state*.

Prema načelu materijalnog uravnoteženja, promjena tlaka u ležištu ( $p_i - \bar{p}$ ) prouzročena crpljenjem određenog obujma fluida ( $qBt$ ) dana je izrazom:

$$p_i - \bar{p}(t) = \frac{qBt}{\pi r_e^2 h \phi c_t} \quad (2-25)$$

gdje je  $\bar{p}$  srednji ležišni tlak u vremenu  $t$ , a uvrštavanjem ovog izraza u prethodnu jednadžbu dobiva se:

$$\bar{p}(t) - p_{wf}(t) = \frac{qB\mu}{2\pi kh} \left( \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right) \quad (2-26)$$

Razlika između dinamičkog i srednjeg ležišnog tlaka na unutarnjoj granici ležišta je konstanta tijekom polustacionarnog stanja. Ako je vanjski tlak na granici ležišta konstantan, onda će uslijediti stacionarno stanje, te je vjerojatnost takvog stanja izraženija u kasnijoj fazi, a prikazuje se s pomoću sljedeće jednadžbe (Petroleum Engineering Handbook, 2007):

$$p_D \cong \ln r_{eD} \quad (2-27)$$

gdje su:  $q$  – obujamski protok ( $\text{m}^3/\text{s}$ ),

$k$  – propusnost ( $\text{m}^2$ ),

$h$  – efektivna debljina ležišta (m),

$t$  – vrijeme (s),

$c_t$  – ukupna stlačivost ležišta ( $\text{Pa}^{-1}$ ),

$\phi$  – efektivna šupljikavost stijene (dio cijelog),

$B$  – obujamski koeficijent ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ ),

$r_{eD}$  – bezdimenzionalni radijus crpljenja (-).

$\mu$  – dinamička viskoznost ( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ),

$p_{wf}$  – dinamički tlak u bušotini na razini ležišta (Pa),

$p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-).

### 3. PRORAČUN PROIZVODNIH MOGUĆNOSTI BUŠOTINE

Primjer proračuna proizvodne mogućnosti bušotine napravljen je za tri različita slučaja, od kojih se u prvom utvrđuje preliminarna ovisnost dinamičkog tlaka o mogućem protoku, zatim za slučaj smanjenog protoka kako ne bi došlo do prerane pojave dvofaznog protoka, a u kojem se dodatno pretpostavlja da je otklonjen skin, te za slučaj podržavanja ležišnog tlaka. Podaci potrebni za proračun prikazani su u sljedećim tablicama.

**Tablica 3-1.** Ulazni podaci hipotetskog ležišta i fluida

Površina prostiranja ležišta, A	15 km <sup>2</sup>
Efektivna debljina ležišta, h	10 m
Efektivna šupljikavost ležišne stijene, Ø	0,18
Zasićenje ležišne stijene vodom, S <sub>w</sub>	0,25
Stlačivost ležišne stijene, c <sub>f</sub>	5,92·10 <sup>-10</sup> Pa <sup>-1</sup>
Stlačivost nafte, c <sub>o</sub>	2,05·10 <sup>-9</sup> Pa <sup>-1</sup>
Ukupna stlačivost ležišta, c <sub>t</sub>	2,169·10 <sup>-9</sup> Pa <sup>-1</sup>
Viskoznost nafte, μ <sub>o</sub>	0,433·10 <sup>-3</sup> Pa s
Obujamski koeficijent nafte, B <sub>o</sub>	1,3 m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>
Tlak zasićenja nafte, p <sub>b</sub>	180 bar
Početni ležišni tlak, p <sub>i</sub>	270 bar
Ležišna temperatura, T <sub>R</sub>	100 °C

Ispitivanjem bušotine za vrijeme bušenja (engl. *Drill Steam Testing*) te analizom izmjerenog tlaka, određuje se propusnost ležišta i faktor oštećenja pribušotinske zone (skin faktor):

**Tablica 3-2.** Parametri dobiveni analizom izmjerenog tlaka

Efektivna propusnost ležišne stijene za naftu, k	2,5·10 <sup>-14</sup> m <sup>2</sup>
Skin faktor, s	6

Podatak za radijus uzima se da je jednak promjeru bušotine kojim je izbušena, a radijus crpljenja bušotine uobičajeno se dobiva temeljem podataka koji su dostupni nakon što je ležište razrađeno:

**Tablica 3-3.** Radijus bušotine i radijus crpljenja

Radijus bušotine, $r_w$	0,1 m
Radijus crpljenja bušotine, $r_e$	300 m

## 3.1. Slučaj početnog protoka

Prvi uvid u proizvodne mogućnosti bušotine počinje izračunom protoka s dodatkom skin faktora, uz pretpostavku stacionarnog stanja, kada je dinamički tlak jednak tlaku zasićenja od 180 bara, čime se osigurava jednofazni protok nafte u ležištu:

$$q = \frac{2\pi kh(p_i - p_{wf})}{B_o \mu_o \left( \ln \frac{r_e}{r_w} + s \right)} \quad (3-1)$$

$$= \frac{2\pi \cdot 2,5 \times 10^{-14} \cdot 10 \cdot (270 \cdot 10^5 - 180 \cdot 10^5)}{1,3 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \ln \frac{300}{0,1} + 6 \right)} =$$

$$= 0,001792 \frac{m^3}{s} = 154,84 \frac{m^3}{d}$$

gdje su:  $q$  – objamski protok ( $m^3/s$ ),

$k$  – propusnost ( $m^2$ ),

$h$  – efektivna debljina ležišta (m),

$p_{wf}$  – dinamički tlak u bušotini na razini ležišta (Pa),

$p_i$  – početni ležišni tlak (Pa),

$B_o$  – objamski koeficijent nafte ( $m^3/m^3$ ),

$\mu_o$  – dinamička viskoznost nafte (Pa·s),

$r_w$  – radijus bušotine (m),

$r_e$  – radijus crpljenja (m),

$s$  – skin faktor(-),

$p_{wf}$  – dinamički tlak u bušotini na razini ležišta (Pa),

$p_i$  – početni ležišni tlak (Pa).



S obzirom na to da održavanje ležišnog tlaka nije moguće očekivati na razini početnog tlaka, smisleno je odabrati upola manji protok ( $q = 77 \text{ m}^3/\text{d}$ ) od izračunatog jednadžbom 3-1, temeljem kojeg se u nastavku računa tj. prognozira dinamički tlak na dnu. Da bi se dobilo željene podatke, potrebno je izračunati trajanje pojedinih oblika protjecanja, prema sljedećoj proceduri:

- Vrijeme početka polustacionarnog protoka (jednadžba slijedi iz uvjeta  $(t_D/r_e D^2) > 0,25$ ):

$$t_{pss} = \frac{\phi \mu c_t r_e^2}{4k} = \quad (3-2)$$

$$= \frac{0,18 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3} \cdot 2,169 \cdot 10^{-9} \cdot 300^2}{4 \cdot 2,5 \cdot 10^{-14}} = 152146,67 \text{ s} = 42,27 \text{ h}$$

gdje su:  $r_e$  – radijus crpljenja (m),  
 $\mu$  – dinamička viskoznost (Pa·s),  
 $c_t$  – ukupna stlačivost ležišta (Pa<sup>-1</sup>),  
 $k$  – propusnost (m<sup>2</sup>),  
 $\phi$  – efektivna šupljikavost stijene (dio cijelog).

- Uzevši spomenuti umanjeni konstantan protok od  $q = 77 \text{ m}^3/\text{d}$ , dinamički tlak na unutarnjoj granici ležišta u prijelaznom periodu, za vrijeme  $t = 1 \text{ dan} = 86400 \text{ s}$ , može se izračunati ovom jednadžbom:

$$p_{wf} = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi kh} \cdot \left[ \frac{1}{2} \left( \ln \frac{kt}{\phi \mu c r_w^2} + 0,80907 \right) + s \right] \quad (3-3)$$

$$p_{wf} = 270 \cdot 10^5 - \frac{\left( \frac{77}{86400} \right) \cdot 1,3 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-15} \cdot 10} \cdot \left[ \frac{1}{2} \left( \ln \frac{25 \cdot 10^{-15} \cdot 86400}{0,18 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3} \cdot 2,169 \cdot 10^{-9} \cdot 0,1^2} + 0,80907 \right) + 6 \right]$$

$$= 226,84 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

- Ovaj se račun može izvršiti i pomoću bezdimenzionalnih varijabli, počevši od bezdimenzionalnog vremena:

$$t_D = \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \cdot t = \quad (3-4)$$

$$t_D = \frac{2,5 \cdot 10^{-14}}{0,18 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3} \cdot 2,169 \cdot 10^{-9} \cdot 0,1^2} \cdot t =$$

$$t_D = 14.78619 \cdot 86400 = 12,78 \cdot 10^5$$

i pomoću rješenja za bezdimenzionalni tlak (jednadžba 2-23) u prijelaznom stanju protoka, koje prema jednadžbi 3-2 traje do 42. sata proizvodnje:

$$p_D = \frac{1}{2} (\ln t_D + 0,80907)$$

$$p_D = \frac{1}{2} [\ln(1,278 \cdot 10^6) + 0,80907] = 7,435$$

- Temeljem definicije bezdimenzionalnog tlaka, računa se dinamički tlak:

$$p_{wf} = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi kh} \cdot (p_D + s) \quad (3-5)$$

$$p_{wf} = 270 \cdot 10^5 - \frac{\left(\frac{77}{86400}\right) \cdot 1,3 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-15} \cdot 10} \cdot (7,435 + 6) = 226,84 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

gdje su:  $p_{wf}$  – dinamički tlak u bušotini na razini ležišta (Pa),

$p_i$  – početni ležišni tlak (Pa),

$q$  – obujamski protok ( $\text{m}^3/\text{s}$ ),

$k$  – propusnost ( $\text{m}^2$ ),

$h$  – efektivna debljina ležišta (m),

$B$  – obujamski koeficijent ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ ),

$p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-),

$t_D$  – bezdimenzionalno vrijeme u funkciji radijusa (-),

$s$  – skin faktor(-).

$\phi$  - efektivna šupljikavost stijene (dio cijelog),

$\mu$  - dinamička viskoznost (Pa·s),

$r_w$  – radijus bušotine (m),

Iz priloženog se vidi da je nakon mjesec dana proizvodnje u oba izračuna dobiven isti dinamički tlak na dnu u iznosu od 226 bara, koji je u odnosu na početni tlak od 270 bara pao za gotovo 35 bara, pri konstantnoj proizvodnji nafte od 77 m<sup>3</sup>/dan.

Nakon što je prošlo vrijeme od cca 42 sata, uspostavlja se polustacionarni ili stacionarni protok. U slučaju da se ležišni tlak ne podržava, koristi se model ograničenog ležišta sa zatvorenim vanjskom granicom. Koristeći proizvoljna vremena od 30, 60 i 180 dana, računa se daljnji pad dinamičkog tlaka u bušotini. U nadogradnji proizvodnog modela bušotine, bi se iz ovih vrijednosti određivale indikatorske krivulje, ali u radu je obuhvaćen samo izračun trenutnih tlakova za određeni protok, pri čemu se korespondirajuća bezdimenzionalna vremena izračunavaju prema jednadžbi 3-4:

$$t_D = \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \cdot t$$

Analogno opisanoj proceduri, vremena za dinamički tlak u prijelaznom ( $t_1$ ) i polustacionarnom ( $t_2$  i  $t_3$ ) periodu su:

$$t_1 = 30d = 2,6 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$t_2 = 60d = 5,184 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$t_3 = 180d = 1,55 \cdot 10^7 \text{ s}$$

Bezdimenzionalno vrijeme u prijelaznom periodu je:

$$t_D = \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} \cdot t$$

$$t_{D30} = \frac{2,5 \cdot 10^{-14}}{0,18 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3} \cdot 2,169 \cdot 10^{-9} \cdot 0,1^2} \cdot t_1 = 14,78619 \cdot 2,6 \cdot 10^6 = 38,26 \cdot 10^6$$

a u polustacionarnom periodu su:

$$t_{D60} = \frac{2,5 \cdot 10^{-14}}{0,18 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3} \cdot 2,169 \cdot 10^{-9} \cdot 0,1^2} \cdot t_2 = 14.78619 \cdot 10^5 \cdot 5,184 \cdot 10^6$$

$$= 76,65 \cdot 10^6$$

$$t_{D180} = \frac{2,5 \cdot 10^{-14}}{0,18 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3} \cdot 2,169 \cdot 10^{-9} \cdot 0,1^2} \cdot t_3 = 14.78619 \cdot 10^5 \cdot 5,184 \cdot 10^6$$

$$= 22,99 \cdot 10^7$$

Bezdimenzionalni radijus crpljenja bušotine je:

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w} = \frac{300}{0,1} = 3000$$

Bezdimenzionalni tlak za prijelazno stanje izračunat je prema jednadžbi 2-23 i iznosi 9,13, a bezdimenzionalni tlakovi za vrijeme polustacionarnog stanja protoka (jednadžba 2-24) su:

$$p_D(t_D) = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}$$

$$p_D(t_D) = \frac{2t_D}{3000^2} + \ln 3000 - \frac{3}{4} = 2,22 \cdot 10^{-7} \cdot t_D + 7,256$$

$$p_D(t_{D60}) = 2,22 \cdot 10^{-7} \cdot 76,65 \cdot 10^6 + 7,256 = 24,29$$

$$p_D(t_{D180}) = 2,22 \cdot 10^{-7} \cdot 22,99 \cdot 10^7 + 7,256 = 58,36$$

Pomoću bezdimenzionalnih tlakova, koji u ovom slučaju uključuju rješenje za polustacionarni protok, računaju se dinamički tlakovi za odabrana vremena:

$$p_{wf} = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi kh} \cdot (p_D + s)$$

$$p_{wf}(t = 60 \text{ dana}) = 270 \cdot 10^5 - \frac{\left(\frac{77}{86400}\right) \cdot 1,3 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-15} \cdot 10} \cdot (24,29 + 6)$$

$$= 172,68 \text{ bar}$$

$$p_{wf}(t = 180 \text{ dana}) = 270 \cdot 10^5 - \frac{\left(\frac{77}{86400}\right) \cdot 1,3 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-15} \cdot 10} \cdot (58,36 + 6)$$

$$= 63,23 \text{ bar}$$

gdje su:  $p_{wf}$  – dinamički tlak u bušotini na razini ležišta (Pa),  
 $p_i$  – početni ležišni tlak (Pa),  
 $q$  – objamski protok ( $m^3/s$ ),  
 $k$  – propusnost ( $m^2$ ),  
 $h$  – efektivna debljina ležišta (m),  
 $B$  – objamski koeficijent ( $m^3/m^3$ ),  
 $p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-),  
 $t_D$  – bezdimenzionalno vrijeme u funkciji radijusa (-),  
 $s$  – skin faktor(-),  
 $\phi$  - efektivna šupljikavost stijene (dio cijelog),  
 $\mu$  - dinamička viskoznost ( $Pa \cdot s$ ),  
 $r_w$  – radijus bušotine (m),  
 $r_e$  – radijus crpljenja (m),  
 $r_{eD}$  – bezdimenzionalni radijus crpljenja (-),  
 $r_w$  – radijus bušotine (m),  
 $t$  – vrijeme (s).

Prema navedenim rezultatima, i dinamički, a time i srednji ležišni tlak, bi relativno brzo pali ispod tlaka zasićenja, iako je tzv. mogući protok od  $154 m^3/dan$  upola smanjen na preliminarnih  $77 m^3/dan$ . Kako ne bi došlo do preranog dvofaznog protoka protok, u sljedećem slučaju je napravljen proračun proizvodnih mogućnosti uz daljnju pretpostavku smanjivanja protoka na  $30 m^3/dan$ , te uz pretpostavku da je skin faktor otklonjen.

### 3.2. Slučaj smanjenog protoka i otklonjenog skin faktora

U ovom slučaju se u izračunu dinamičkih tlakova pretpostavlja daljnje smanjivanje protoka na  $30 m^3/dan$ , kako bi se utvrdile proizvodne mogućnosti jednofaznog protoka, a uz dodatan uvjet otklanjanja skin faktora. Tada iz jednadžbe 3-3 proizlazi da bi nakon jednog dana dinamički tlak na dnu iznosio:

$$p_{wf} = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi kh} \cdot \left[ \frac{1}{2} \left( \ln \frac{kt}{\phi \mu c r_w^2} + 0,80907 \right) + s \right]$$

$$p_{wf} = 270 \cdot 10^5 - \frac{\left(\frac{30}{86400}\right) \cdot 1,3 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-15} \cdot 10} \cdot \left[ \frac{1}{2} \left( \ln \frac{25 \cdot 10^{-15} \cdot 86400}{0,18 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3} \cdot 2,169 \cdot 10^{-9} \cdot 0,1^2} + 0,80907 \right) + 0 \right]$$

$$= 260,74 \text{ bar}$$

Usporedbom ovog rezultata s dinamičkim tlakom od 226 bara za protok od 77 m<sup>3</sup>/dan može se očekivati da će daljni pad tlak biti manji, tj. potrebno je ponovno provjeriti koliko bi on iznosio u istim vremenima, nakon čega se donosi odluka treba li početi podržavati ležišni tlak već u ranoj fazi proizvodnje radi spriječavanja preranog dvofaznog protoka, ili se taj slučaj može odgoditi.

Proračun dinamičkih tlakova nakon 60 i 180 dana za navedeni slučaj proveden je analogno prethodno opisanoj proceduri:

$$p_{wf} = p_i - \frac{qB\mu}{2\pi kh} \cdot (p_D + s)$$

$$p_{wf}(t = 60 \text{ dana}) = 270 \cdot 10^5 - \frac{\left(\frac{30}{86400}\right) \cdot 1,3 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-15} \cdot 10} \cdot (24,29 + 0)$$

$$= 239,77 \text{ bar}$$

$$p_{wf}(t = 180 \text{ dana}) = 270 \cdot 10^5 - \frac{\left(\frac{30}{86400}\right) \cdot 1,3 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 10^{-15} \cdot 10} \cdot (58,36 + 0)$$

$$= 197,38 \text{ bar}$$

gdje su:  $p_{wf}$  – dinamički tlak u bušotini na razini ležišta (Pa),

$p_i$  – početni ležišni tlak (Pa),

$q$  – obujamski protok (m<sup>3</sup>/s),

$k$  – propusnost (m<sup>2</sup>),

$h$  – efektivna debljina ležišta (m),

$B$  – obujamski koeficijent (m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>),

$\mu$  – dinamička viskoznost (Pa·s),

$p_D$  – bezdimenzionalni tlak (-),

$s$  – skin faktor(-).

Iz navedenog slijedi da bi već nakon polugodišnje proizvodnje protokom od 30 m<sup>3</sup>/dan uz skin koji iznosi nula, dinamički tlak na dnu bušotine pao na 197 bara, odakle proizlazi da bi i u ležištu ubrzo došlo do dvofaznog protoka, jer bi se tlak približio tlaku zasićenja. Iz tog razloga se pretpostavlja da bi s podržavanjem ležišnog tlaka trebalo početi u ranijoj fazi proizvodnje, što je obuhvaćeno sljedećim slučajem određivanja proizvodnih karakteristika hipoptetske bušotine i ležišta.

### 3.3. Slučaj podržavanja ležišnog tlaka

Iz navedenih primjera slijedi relativno brzi pad dinamičkog i srednjeg ležišnog tlaka. Da bi se produljilo vrijeme jednofaznog protoka nafte, najprije se pretpostavlja smanjen protok i otklonjen skin efekt, ali kako to nije bilo dovoljno da se u potpunosti spriječi pad tlaka ispod tlaka zasićenja, potrebno je podržavati ležišni tlak. U ovom slučaju on je konstantan na vanjskoj granici i iznosi  $p_e = 245$  bar, pri čemu se vrijednost dinamičkog tlaka računa s pomoću jednadžbe:

$$p_{wf} = p_e - \frac{qB\mu}{2\pi kh} \cdot \left( \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right)$$

$$p_{wf} = 245 \cdot 10^5 - \frac{77 \cdot 1,3 \cdot 0,433 \cdot 10^{-3}}{86400 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 2,5 \cdot 10^{-14} \cdot 10} \cdot (\ln 3000 - 0,75) = 200 \cdot 10^5 Pa$$

$$= 200 \text{ bar}$$

Iz proračuna dinamičkog tlaka u stacionarnom stanju vidljivo je da dinamički tlak na dnu bušotine ne bi padao ispod dinamičkog tlaka od 200 bara, čak niti u slučaju da se protok poveća s 30 na 77 m<sup>3</sup>/dan, kao u prvom slučaju, ali uz otklonjen skin faktor.

gdje su:  $p_{wf}$  – dinamički tlak u bušotini na razini ležišta (Pa),

$p_e$  – početni ležišni tlak (Pa),

$q$  – obujamski protok (m<sup>3</sup>/s),

$k$  – propusnost (m<sup>2</sup>),

$h$  – efektivna debljina ležišta (m),

$B$  – obujamski koeficijent (m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>),

$\mu$  – dinamička viskoznost (Pa·s),

$r_{eD}$  – bezdimenzionalni radijus crpljenja (-).

#### 4. ZAKLJUČAK

U teoretskom dijelu rada su opisana rješenja jednadžbe difuzije za radijalni protok fluida iz ležišta u bušotinu, koja se koriste pri postavljanju proizvodnih modela vertikalne naftne bušotine. Ona su korištena u primjerima proračuna proizvodne mogućnosti bušotine, gdje su obrađena tri različita slučaja. U prvom se utvrđuje preliminarna ovisnost dinamičkog tlaka o mogućem protoku, pa je iz opisane procedure zaključeno da bi i dinamički i srednji ležišni tlak relativno brzo pali ispod tlaka zasićenja. Kako ne bi došlo do preranog dvofaznog protoka, u drugom slučaju je napravljen proračun proizvodnih mogućnosti uz pretpostavku smanjivanja protoka i otklanjanja skin faktora. Odavde slijedi da bi već nakon polugodišnje proizvodnje uz skin koji iznosi nula, dinamički tlak na dnu bušotine pao te bi se ponovno približio tlaku zasićenja. Iz tog razloga se pretpostavlja da bi s podržavanjem ležišnog tlaka trebalo početi u ranijoj fazi proizvodnje. Ovaj proračun obuhvaćen je trećim slučajem određivanja proizvodnih karakteristika hipotetske bušotine i ležišta, kada je tlak na vanjskoj granici konstantan i iznosi  $p_e = 245$  bar. Pri tomu bi vrijednost dinamičkog tlaka iznosila 200 bara, te bi se osigurao jednofazan protok nafte iz ležišta u stimuliranu bušotinu u iznosu od  $77 \text{ m}^3/\text{dan}$ .



## 5. LITERATURA

1. ČIKEŠ, M., 2015. Proizvodno inženjerstvo nafte i plina. RGN fakultet, 524 str., Zagreb.
2. KOJAKOVIĆ, A., VUK, B., ŠAŠA, D., BOŽIČEVIĆ VRHOVČAK, M., PEROVIĆ, M., ŽIVKOVIĆ, S., VORKAPIĆ, V., GRANIĆ, G., BRAJKOVIĆ, J., MANDARIĆ, A., ŽIDOV, B., SKOK, M., KNEŽEVIĆ, S., JURIC, Ž., JAKŠIĆ, D., KARAN, M., BAČAN, A., GOLJA, D., STUPIN, K., ZIDAR, M., ZELJKO, M., BARIČEVIĆ, T., FIŠTREK, Ž., KRSTANOVIĆ, L., MALJKOVIĆ, D., 2019. *Analize i podloge za izradu Strategije energetskeg razvoja Republike Hrvatske. ZELENA KNJIGA*. ENERGETSKI INSTITUT HRVOJE POŽAR, 493 str., Zagreb.
3. PETROLEUM ENGINEERING HANDBOOK. 2007. Volume IV, Production Engineering. SPE.

Online sadržaji:

4. INA, 2022. *Istraživanje i proizvodnja nafte i plina*.

[www.ina.hr](http://www.ina.hr) (1.6.2022.)

## IZJAVA

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno na temelju znanja i vještina stečenih na Rudarsko-geološko-naftnom fakultetu, Sveučilišta u Zagrebu, služeći se navedenom literaturom.

  
Fran Djerđji



KLASA: 602-01/22-01/137  
URBROJ: 251-70-12-22-2  
U Zagrebu, 16.09.2022.

**Fran Djerđji, student**

## RJEŠENJE O ODOBRENJU TEME

Na temelju vašeg zahtjeva primljenog pod KLASOM 602-01/22-01/137, URBROJ: 251-70-12-22-1 od 23.05.2022. priopćujemo vam temu završnog rada koja glasi:

### PROIZVODNI MODELI VERTIKALNE NAFTNE BUŠOTINE

Za mentoricu ovog završnog rada imenuje se u smislu Pravilnika o izradi i ocjeni završnog rada Doc.dr.sc. Sonja Koščak Kolin nastavnik Rudarsko-geološko-naftnog-fakulteta Sveučilišta u Zagrebu.

Mentorica:

(potpis)

Doc.dr.sc. Sonja Koščak Kolin

(titula, ime i prezime)

Predsjednik povjerenstva za  
završne i diplomske ispite:

(potpis)

Izv.prof.dr.sc. Luka Perković

(titula, ime i prezime)

Prodekan za nastavu i studente:

(potpis)

Izv.prof.dr.sc. Borivoje  
Pašić

(titula, ime i prezime)