

# Korelacijsko, kroskorelacijsko i regresijsko modeliranje interakcije oborina i razina podzemne vode na području jugoistočnog dijela zagrebačkog vodonosnika

---

Gulić, Ana

Master's thesis / Diplomski rad

2018

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:169:901028>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-22**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering Repository, University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
RUDARSKO – GEOLOŠKO- NAFTNI FAKULTET  
Diplomski studij geološkog inženjerstva

**KORELACIJSKO, KROSKORELACIJSKO I REGRESIJSKO MODELIRANJE  
INTERAKCIJE OBORINA I RAZINA PODZEMNE VODE NA PODRUČJU  
JUGOISTOČNOG DJELA ZAGREBAČKOG VODONOSNIKA**

Diplomski rad

Ana Gulić  
GI-276

Zagreb, 2018.

*Velika zahvala mentoru, profesoru dr. sc. Kristijanu Posavcu, na volji, pomoći, strpljenju i savjetima tijekom izrade diplomskog rada.*

*Zahvaljujem se i asistentu Tomislavu Brenku, mag.geol., na tehničkoj pomoći pri oblikovanju diplomskog rada.*

*Posebna i najveća zahvala obitelji na podršci i strpljenju tijekom svih ovih godina, bez vas ovo ne bi bilo moguće.*

**KORELACIJSKO, KROSKORELACIJSKO I REGRESIJSKO MODELIRANJE  
INTERAKCIJE OBORINA I RAZINA PODZEMNE VODE NA PODRUČJU  
JUGO-ISTOČNOG DJELA ZAGREBAČKOG VODONOSNIKA**

ANA GULIĆ

Diplomski rad izrađen: Sveučilište u Zagrebu  
Rudarsko-geološko-naftni fakultet  
Zavod za geologiju I geološko inženjerstvo  
Pierottijeva 6, 10002 Zagreb

Sažetak

U ovom diplomskom radu provodilo se hidrogeološko istraživanje jugoistočnog dijela zagrebačkog vodonosnog sustava s naglaskom na modeliranje interakcije podzemnih voda s oborinama. Analizirani su podaci o oborinama s meteoroloških postaja Pleso i Kosnica te podaci o razinama podzemne vode sa piezometara koji se nalaze na području vodocrpilišta Velika Gorica i vodocrpilišta Kosnica. Razdoblje obrade podataka obuhvatilo je period od 2010. do 2015. godine, tj. šest hidroloških godina. Za utvrđivanje veze korištene su statističke metode korelacije, regresije i kroskorelacije. Obrada podataka izvršena je u programu Microsoft Excel, korištenjem funkcije za korelaciju, primjenom odabranih regresijskih modela te korištenjem namjenskog VBA računalnog programa za kroskorelaciju.

Ključne riječi: oborine, zagrebački vodonosnik, koeficijent korelacije, regresijska analiza, kroskorelacija, statistička značajnost, hidrogeologija

Diplomski rad sadrži: 35 stranica, 20 slika, 4 tablice i 23 reference

Jezik izvornika: hrvatski

Diplomski rad pohranjen: Knjižnica Rudarsko-geološko-naftnog fakulteta  
Pierottijeva 6, Zagreb

Voditelj: Prof. dr. sc. Kristijan Posavec

Ocjenjivači: Prof. dr. sc. Kristijan Posavec  
Izv. prof. dr. sc. Jelena Parlov  
Doc. dr. sc. Dario Perković

Datum obrane: 28. rujna 2018. godine

**CORELATION, CROSSCORRELATION I REGRESION MODELING OF  
INTERACTION BETWEEN RAINFALLS AND SUBSTANCE WATER LEVEL ON  
THE SOUTH-EASTERN PART OF THE ZAGREB'S AQUIFER**

ANA GULIĆ

Thesis completed in: University of Zagreb  
Faculty of Mining, Geology and Petroleum engineering  
Institute of Mineralogy, Petrology and Mineral deposits,  
Pierottijeva 6, 10 002 Zagreb

Abstract

In this Master's thesis, a hydrogeological study was conducted on southeastern part of the Zagreb aquifer system, with accent on the modeling groundwater interactions with precipitations. Data on precipitation from the Pleso and Kosnica meteorological stations and data on groundwater levels from the piezometers found in the Velika Gorica waterworks and Kosnica waterworks were analyzed. The data processing period covered the period from 2010 to 2015, i.e. six hydrological years. Statistical correlation, regression and cross-correlation methods were used to establish the relationship. Data processing was performed in Microsoft Excel, using correlation functions, using selected regression models, and using a dedicated VBA computing program.

Keywords: precipitation, Zagreb's aquifer, coefficient of correlation, regression analyses, cros-correlation, statistical significance, hydrogeology

Master's Thesis contains: 35pages, 20 figures, 4 tables and 23 references

Original in: Croatian

Thesis deposited in: Library of Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering,  
Pierottijeva 6, Zagreb

Supervisor: Full Professor Kristijan Posavec, PhD

Reviewers: Full Professor Kristijan Posavec, PhD  
Associate Professor Jelena Parlov, PhD  
Assistant Professor Dario Perković, PhD

Date of defense: September 28<sup>th</sup>, 2018.

## Sadržaj

1. UVOD .....	1
2. ZNAČAJKE ISTRAŽIVANOG PODRUČJA.....	4
2.1. Geološke značajke istraživnog područja .....	5
2.2. Hidrogeološke značajke istraživnog područja .....	7
3. METODE OBRADÉ PODATAKA.....	12
3.1. Korelacijska analiza .....	14
3.2. Regresijska analiza .....	17
3.3. Kros-korelacijska analiza.....	20
4. KORIŠTENI PODACI I OBRADA.....	21
4.1. Meteorološke postaje .....	21
4.2. Piezometri za obradu .....	23
5. REZULTATI OBRADÉ PODATAKA .....	26
5.1. Rezultati dobiveni korelacijskom metodom .....	28
5.2. Rezultati dobiveni regresijskom analizom.....	30
5.3. Rezultati dobiveni kros-korelacijskom analizom .....	32
6. RASPRAVA .....	34
7. ZAKLJUČAK .....	36
8. KORIŠTENA LITERATURA .....	38

## Popis tablica

Tablica 3-1. Opis vrijednosti koeficijenta korelacije (Lisičina i Lisjak, 2014).....	16
Tablica 3-2. Opis vrijednosti koeficijenta determinacije $R^2$ prema Chadocku .....	19
Tablica 4-1. Piezometar s vodocrpilišta Kosnica .....	23
Tablica 4-2. Piezometar s vodocrpilišta Velika Gorica.....	23

## Popis slika

Slika 2-1. Jugoistočni dio zagrebačkog vodonosnog sustava, uže područje istraživanja.....	4
Slika 2-2. Geološka karta područja samoborskog i zagrebačkog vodonosnika. OGK List Zagreb, M 1:100 000 (Šikić i dr., 1972), OGK List Ivanić Grad M 1:100 000 (Basch, 1980) .....	6
Slika 2-3. Shematski profil zagrebačkog vodonosnog sustava (preuzeto iz Posavec. 2006)	7
Slika 2-4. Trodimenzionalni model zagrebačkog vodonosnika (preuzeto iz Bačani i Posavec, 2009).....	8
Slika 2-5. Hidrauličke granice zagrebačkog vodonosnika (preuzeto iz Posavec, 2006).....	9
Slika 2-6. Karta vrijednosti hidrauličke vodljivosti zagrebačkog vodonosnika (preuzeto iz Bačani i Posavec, 2014).....	10
Slika 3-1. Dijagrami rasipanja za različite vrijednosti koeficijenta korelacije.....	15
Slika 4-1. Prostorna raspodjela situacije piezometara (P-17 i P-11) i meteoroloških postaja Kosnica i Pleso na jugoistočnom djelu zagrebačkog vodonosnika .....	22
Slika 4-2. Zadavanje naredbe CORREL u aplikaciji Excel.....	24
Slika 4-3. Sučelje namjenski izrađenog VBA programa.....	25
Slika 5-1. Pluviogram meteorološke postaje Kosnica u usporedbi s nivogramom piezometra PI-17 na vodocrpilištu Kosnica.....	27
Slika 5-2. Pluviogram meteorološke postaje Pleso u usporedbi s nivogramom piezometra PI-11 na vodocrpilištu Velika Gorica.....	27
Slika 5-3. Rezultati korelacijske analize između razina podzemne vode u piezometru PI-17 na vodocrpilištu Kosnica i oborina palih na području meteorološke postaje Kosnica.....	28
Slika 5-4. Rezultati korelacijske analize između razina podzemne vode u piezometru P-11 na vodocrpilištu Velika Gorica i oborina palih na području meteorološke postaje Pleso ...	29
Slika 5-5. Rezultati regresijske analize između razina podzemne vode na vodocrpilištu Kosnica i oborina palih na području meteorološke postaje Kosnica.....	30

Slika 5-6. Rezultati regresijske analize između razina podzemne vode u piezometru P-11 na vodocrpilištu Velika Gorica i oborina palih na području meteorološke postaje Pleso ...	31
Slika 5-7. Kros-korelogram dnevnih mjerenja razina podzemne vode u piezometru PI-17 vodocrpilišta Kosnica i dnevnih mjerenja vodostaja palih oborina na meteorološkoj postaji Kosnica .....	32
Slika 5-8. Kros-korelogram dnevnih mjerenja razina podzemne vode u piezometru PI-11 vodocrpilišta Velika Gorica i dnevnih mjerenja vodostaja palih oborina na meteorološkoj postaji Pleso .....	33
Slika 6-1. Ponovljena korelacijska analiza (maksimalna korelacija) za vodocrpilište Kosnica i meteorološku postaju Kosnica .....	34
Slika 6-2. Ponovljena korelacijska analiza (maksimalna korelacija) za vodocrpilište Velika Gorica i meteorološku postaju Pleso .....	35



# 1. UVOD

U ovom diplomskom radu, istraživala se zavisnost razina podzemne vode i oborina na području jugoistočnog djela zagrebačkog vodonosnog sustava. Istraživanje se provodilo s naglaskom na modeliranje interakcije oborina i podzemnih voda. Promjena razina vode podzemnih vodonosnih sustava javlja se kao reakcija na promjene rubnih uvjeta vodonosnih sustava na površini kao što je to npr. vodostaj rijeke ili velika količina pale oborine. Kada postoji povezanost između promatranih sustava, svaku reakciju promjene možemo opisati primjenom statističkih metoda kao što su to korištene metode, korelacija, kros-korelacija i regresija. Statističkom metodom korelacije, odnosno s njome povezanim koeficijentima korelacije, opisujemo jačinu veze između dvije varijable (npr. podzemni i površinski vodonosni sustav), a može se i brojačano izraziti međusobna ovisnost varijabli. Regresijsku analizu možemo koristiti kada želimo detaljnije analizirati varijable koje su u međusobnoj korelacijskoj ovisnosti (npr. promjena razine podzemnih vodonosnih sustava u ovisnosti o promjenama rubnih uvjeta vodonosnih sustava na površini kao što su to npr. oborine).

Kros-korelacijskom analizom možemo usporediti dva ili više vremenskih nizova, kao što su to npr. vremenski nizovi oborina i razine podzemne vode, čime se određuju zaostajanja između promatranih varijabli. Uzastopnim pomacima jednoga niza i određivanjem pozicija izraženoga poklapanja dvaju uspoređivanih vremenskih nizova dobivamo vrijeme prijenosa tlaka podzemne vode koje je nužno da bi promatrani dio vodonosnika reagirao na oborine.

Neki od nadalje spomenutih autora, u svojim su se radovima također koristili hidrogeološkim statističkim metodama kako bi analizirali interakcije međusobno povezanih vodonosnih sustava.

Vukojević (2010) u svom radu identificira utjecaj vodostaja Dunava i Drave na vodostaj jezera Sakadaš, koristeći se pritom spomenutim statističkim hidrogeološkim metodama. Primjeri analize terenskih mjerenja na području zagrebačkoga vodonosnog sustava i Nacionalnoga parka Kopački rit korišteni su za analizu prijenosa tlaka u aluvijalne vodonosnike kao reakcija na porast vodostaja rijeke Save te Drave i Dunava. Na lokalitetima na kojima dominiraju velike rijeke Sava, Drava i Dunav, istraživanja su otkrila vrlo jaku vezu površinskih i podzemnih voda. Lokalitet na kojemu su uspoređivani vremenski nizovi vodostaja male rijeke Odre i razina podzemne vode zagrebačkoga vodonosnika, otkrio je slabiju vezu površinskih i podzemnih voda (Bedeniković, 2017).

Ratkaj (2014) u svom radu identificira utjecaj rijeke Save na vodostaj jezera Jarun, koristeći također spomenute hidrogeološke statističke metode. Dobio je jače područje utjecaja i povezanosti jezera Jarun i rijeke Save obzirom na udaljenost mjerenih piezometara od rijeke uz pomoć metode korelacije. Izračunao je i vrijeme potrebno za reakciju između dvije povezane vodonosne sredine metodom kros-korelacije. Dobivenim statističkim regresijskim modelima omogućeno je prognoziranje vrijednosti razine podzemnih voda u piezometrima, uz poznavanje vrijednosti visina vodostaja Save.

Škudar (2016) u svom radu analizira hidrauličku povezanost aluvijalnih i proluvijalnih naslaga zagrebačkog vodonosnika, također spomenutim statističkim metodama. Dobiveni koeficijenti korelacije ukazali su na dobru hidrauličku povezanost naslaga. Zaključio je da se korištenjem linearnih regresijskih modela mogu prognozirati razine podzemne vode u proluvijalnom dijelu vodonosnika pomoću razina podzemne vode u aluvijalnom dijelu, ali s niskom pouzdanošću. Metodom kroskorelacije odredio je vrijeme kašnjenja reakcije promjene razine podzemne vode u odnosu na promjenu razine podzemne vode u aluvijalnom dijelu vodonosnika.

Bedeniković (2017) je u svom radu identificirala hidrauličku vezu rijeke Odre s podzemnim vodama istočnog dijela zagrebačkog vodonosnika. Metodom korelacije dobiveni koeficijent je ukazao na slabiju povezanost vodostaja Odre i razina podzemne vode zagrebačkog vodonosnika. Također je dobiven nizak koeficijent determinacije koji je ukazao na nisku pouzdanost prognoziranja vodostaja rijeke Odre na temelju razine podzemne vode. Kros-korelacija je omogućila dobivanje vremena zakašnjenja promjene vodostaja rijeke Odre na promjenu razine podzemne vode.

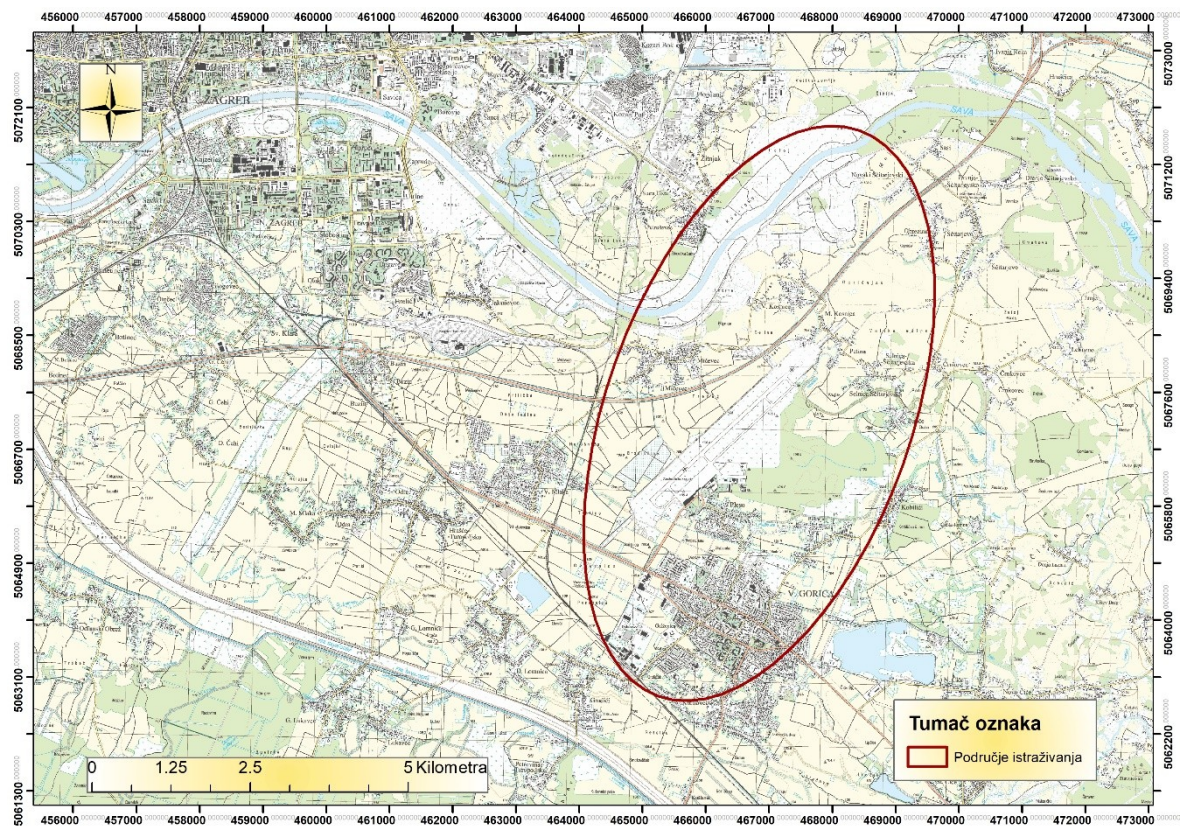
Al-Ahmed (2017) u svom radu opisuje utjecaj praga Termoelektrane-toplane Zagreb (TE – TO) na razine podzemne vode neposrednog zaobalja. Primijećena je bolja povezanost visine vodostaja na postaji TE – TO s piezometrima lijeve strane obale Save. To je moguće objasniti značajnijim dotokom vode na lijevoj obali Save u odnosu na desnu obalu ili zbog crpljenja na vodocrpilištu Petruševac koje stvara konus depresije. Također, može se uočiti utjecaj udaljenosti piezometara u odnosu na postaju TE – TO dovodni kanal 2092.

U ovom diplomskom radu provodilo se hidrogeološko istraživanje jugoistočnog dijela zagrebačkog vodonosnog sustava s naglaskom na modeliranje interakcije podzemnih voda s oborinama. Analizirani su podaci o oborinama sa meteoroloških postaja Pleso i Kosnica te podaci o razinama podzemne vode sa piezometara koji se nalaze na području vodocrpilišta Velika Gorica i vodocrpilišta Kosnica. Dobiveni su niski koeficijenti korelacije,  $r$ , kao i koeficijenti determinacije,  $R^2$ , vrlo bliski nuli te dugo vrijeme prijenosa

tlaka u vodonosnik nakon pale oborine koje se mjerilo u danima. Rezultati su ukazali na slabu hidrauličku vezu oborina i jugoistočnog djela zagrebačkog vodonosnika.

## 2. ZNAČAJKE ISTRAŽIVANOG PODRUČJA

Istraživano područje, zagrebački vodonosni sustav, nalazi se na širem području Grada Zagreba i pruža se u pravcu zapad/sjeverozapad – istok/jugoistok, duž rijeke Save, u dužini od oko 30 km i prosječnoj širini od oko 13 kilometara. Obuhvaća prostor od Podsuseda na zapadu do Rugvice na istoku te od Medvednice na sjeveru do Vukomeričkih Gorica na jugu. Zajedno sa samoborsko-zaprešićkim vodonosnikom čini strateške zalihe Republike Hrvatske. Uže područje istraživanja smješteno je u jugoistočnom dijelu Grada Zagreba, na području vodocrpilišta Velika Gorica i Kosnica i njihove neposredne okoline (Slika 2-1).



Slika 2-1. Jugoistočni dio zagrebačkog vodonosnog sustava, uže područje istraživanja

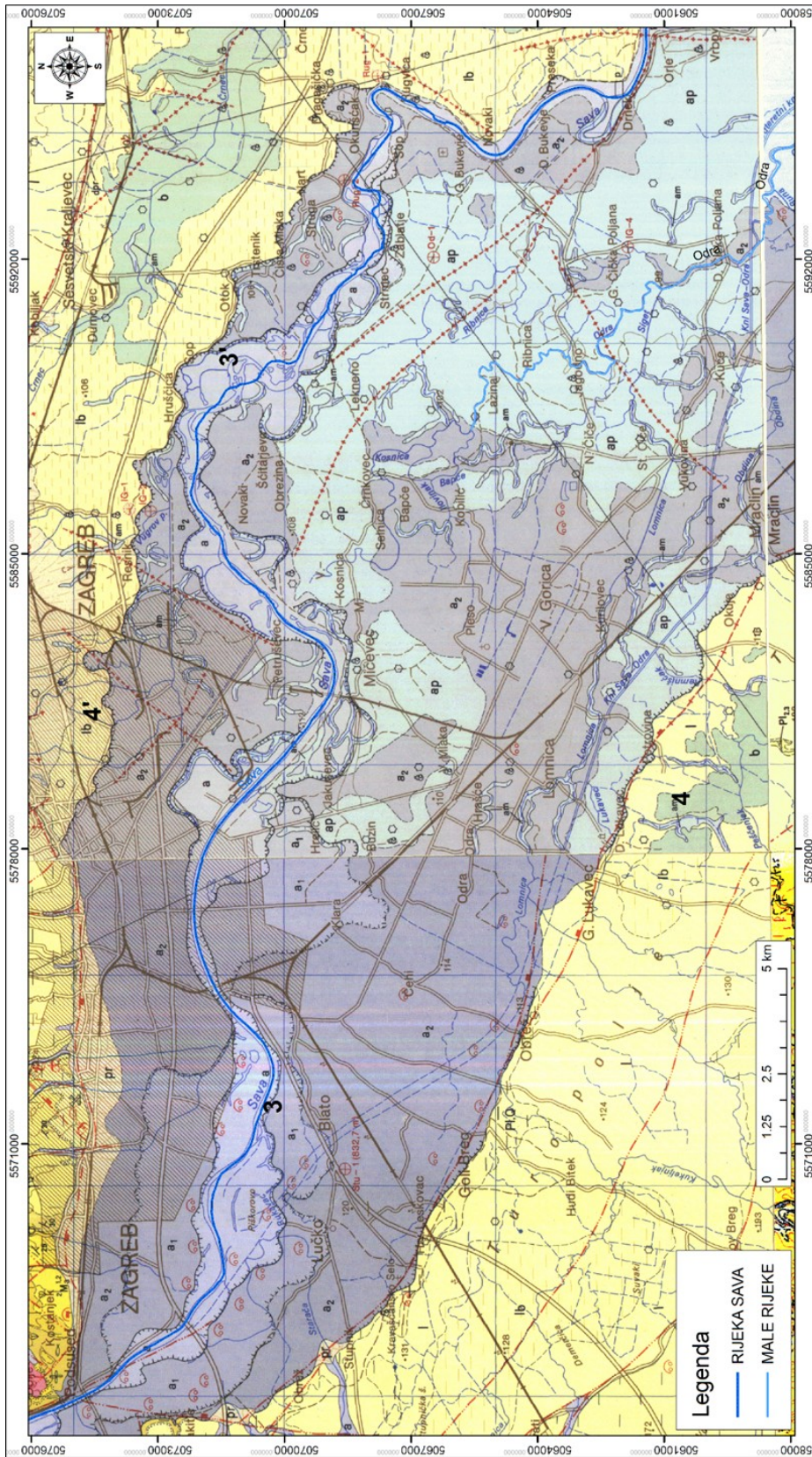
## 2.1. Geološke značajke istraživanog područja

U Hrvatskoj su naslage neogena vrlo raširene. U riječnim dolinama taložili su se pijesak, šljunak i sedra, a u jezerima gline. Zagrebački vodonosnik izgrađen je od pleistocenskih i holocenskih naslaga. Čine ga dva dobro propusna vodonosna sloja nastala u različitim uvjetima taloženja. Rasprostranjenost površinskih naslaga prikazana je na geološkoj karti zagrebačkog područja (Slika 2-2).

Donji vodonosni sloj čine pleistocenski jezersko-barski sedimenti. Tijekom pleistocena na ovom su području obitavala jezera i močvare. Tijekom srednjeg pleistocena odvijala se intenzivna erozija okolnih brdovitih područja uslijed čega su se trošene čestice veličine šljunka i pijeska transportirale te taložile u jezerima i močvarama. Tijekom gornjeg pleistocena klimatske su promjene uvjetovale donos čestica veličine silta vjetrom (Velić i Saftić, 1991). Krajem pleistocena, tektonska aktivnost uvjetovala je spuštanje terena uz rubove Medvednice, Samoborske gore, Vukomeričkih gorica te formiranje Savske potoline.

Početak holocena formirao se i tok rijeke Save te njenih pritoka koji su omogućili taloženje naslaga gornjeg vodonosnog sloja tijekom holocena. Naslage koje izgrađuju gornji vodonosni sloj su pretežito šljunak i pijesak, aluvijalni sedimenti doneseni rijekom Savom iz područja Alpa.

Zbog čestih klimatskih promjena te tektonske aktivnosti, donos materijala bio je promjenjivog intenziteta. Spomenuti uvjeti taloženja uzrokovali su izrazitu heterogenost i anizotropiju vodonosnika te neujednačene debljine naslaga (Velić i Durn, 1993).

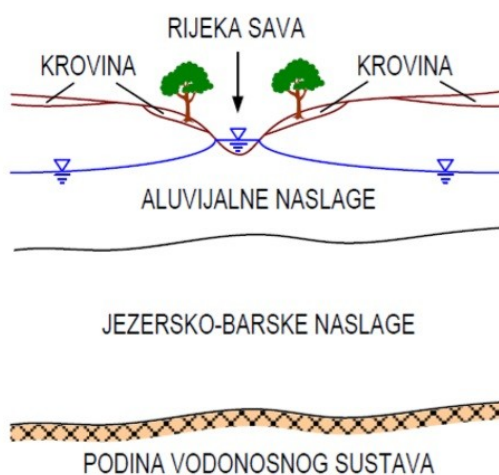


Tumač oznaka: **a** – aluvij; **a1** – najniža terasa: šljunci, pijesci i gline; **a2** – srednja terasa: šljunci, pijesci, podređeno gline; **a2** – srednja terasa: šljunci i pijesci; **pr** – proluvij: šljunci, pijesci i gline; **l** – kopneni beskarbonatni les: glinoviti silt; **lb** – barski les: siltozne gline; **P1, Q** – šljunci, pijesci i gline (plioleistocen); **P111** – lapori, laporovite gline, podređeno pijesci, pjesčenjaci, šljunci i konglomerati (donji pont); **2M31, 2** – vapnoviti lapori, podređeno pijesci, pjesčenjaci, šljunci i konglomerati (gornji panon); **2M22** – organogeni i bioklastični vapnenci, pjesčenjaci, vapnoviti i glinoviti lapori (gornji torton); **T3** – dolomiti, podređeno vapnenci, dolomitični vapnenci i šejlovi; **T2** – dolomiti, podređeno vapnenci, dolomitični vapnenci i šejlovi.

Slika 2-2. Geološka karta područja samoborskog i zagrebačkog vodonosnika. OGK List Zagreb, M 1:100 000 (Šikić i dr., 1972), OGK List Ivanić Grad M 1:100 000 (Basch, 1980)

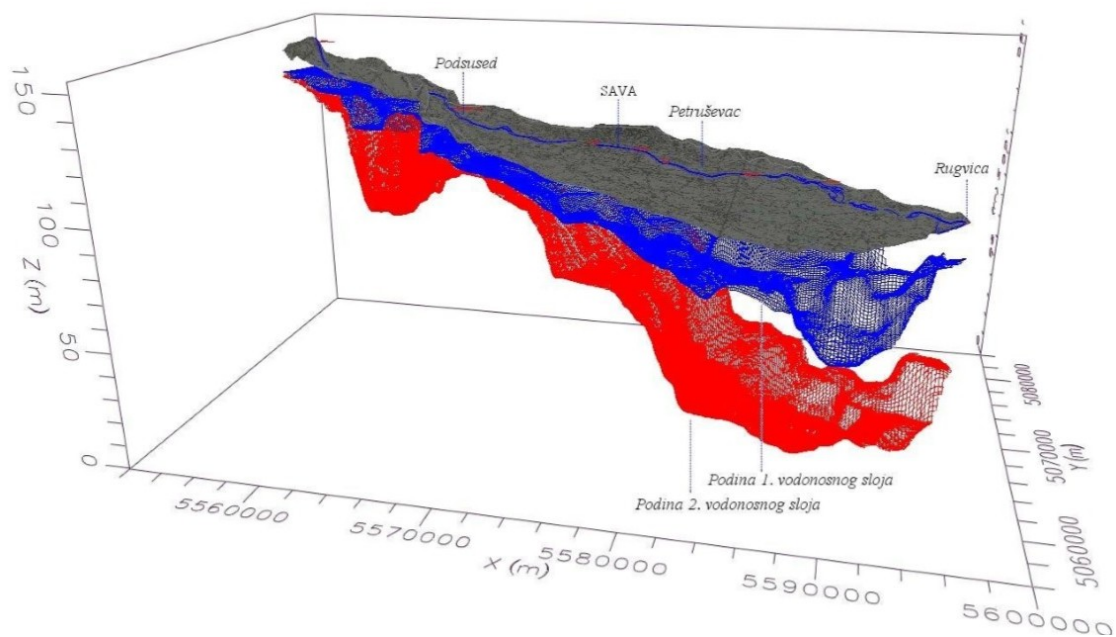
## 2.2. Hidrogeološke značajke istraživanog područja

Zagrebački vodonosni sustav sačinjavaju dva dobro propusna vodonosna sloja (Slika 2-3) izgrađena od šljunkovitih naslaga s primjesama pijeska, praha i gline. Slojevi su hidraulički povezani.



Slika 2-3. Shematski profil zagrebačkog vodonosnog sustava (preuzeto iz Posavec, 2006)

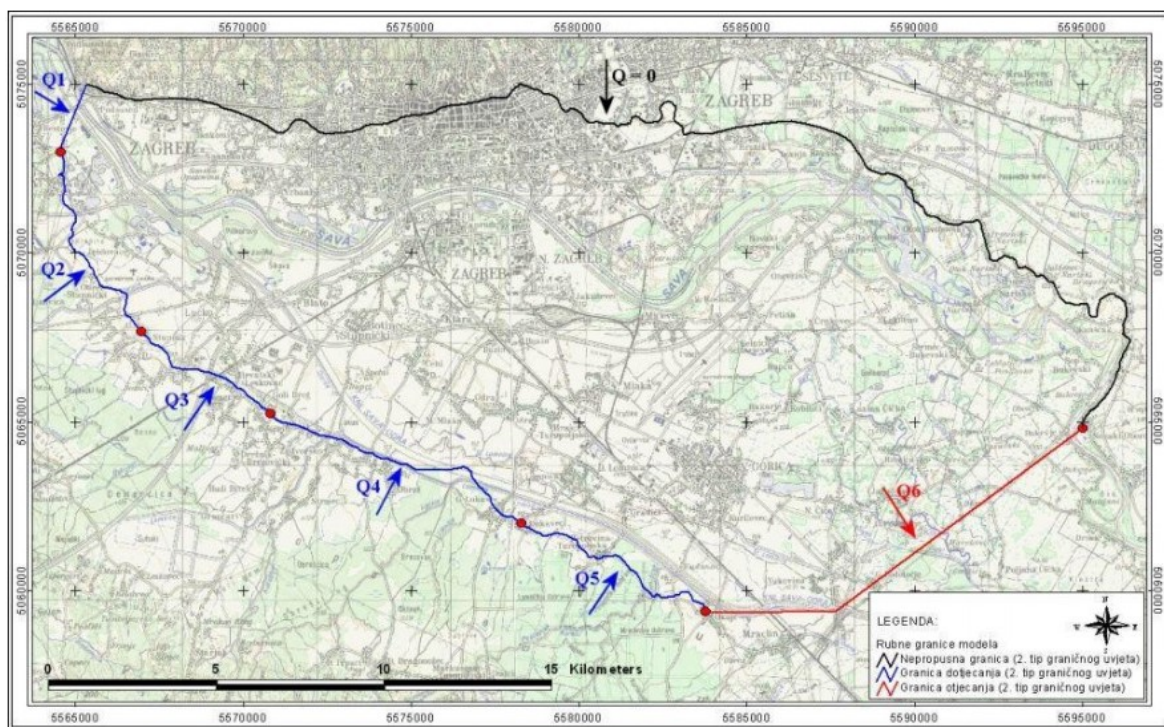
Debljina gornjeg vodonosnog sloja iznosi od 5 metara u zapadnom dijelu pa sve do 40 metara u istočnom dijelu. Širina mu varira od 100 do 10.000 metara. Debljina donjeg vodonosnog sloja, kao i gornjeg, povećava se od zapada prema istoku pa na zapadnom dijelu iznosi do 20 metara, dok na istočnom doseže i do 60 metara. To se najbolje može pratiti na trodimenzionalnom modelu zagrebačkog vodonosnika (Slika 2-4) (Bačani i Posavec, 2009).



Slika 2-4. Trodimenzionalni model zagrebačkog vodonosnika (preuzeto iz Bačani i Posavec, 2009)

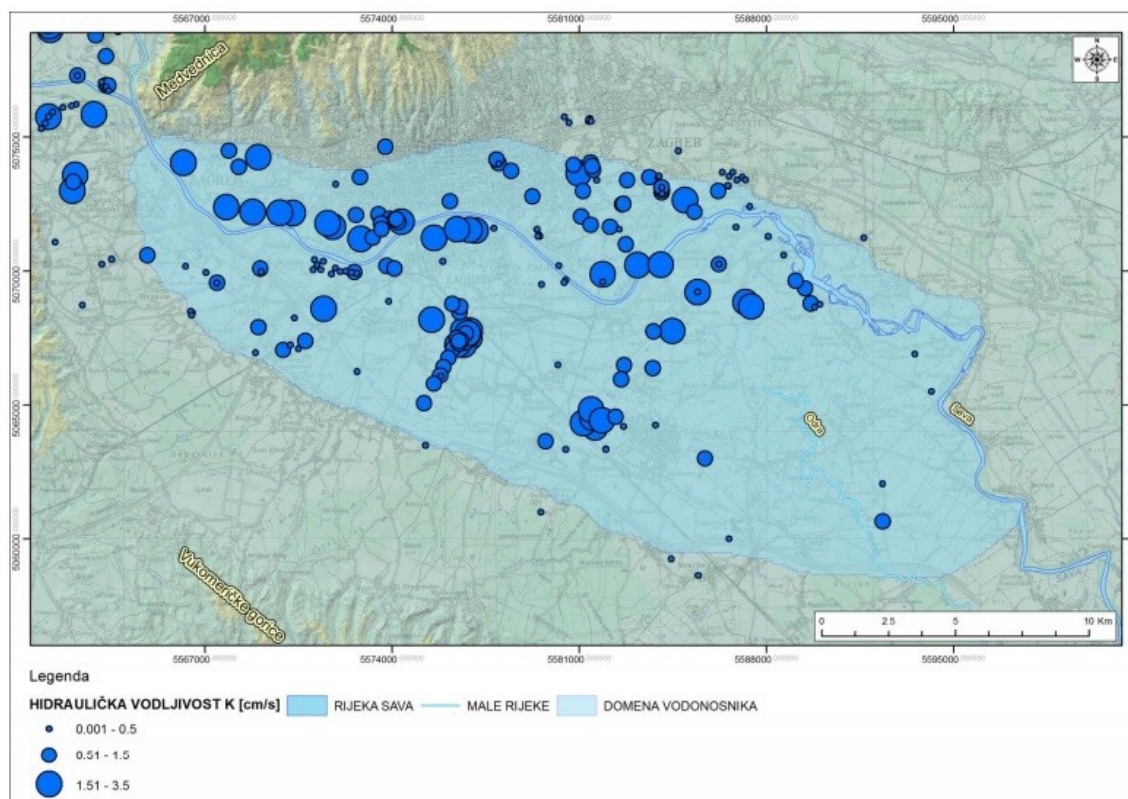


Hidrauličke granice vodonosnika čine nepropusna granica na sjeveru, granica dotjecanja na zapadu i jugu i granica otjecanja na istoku (Slika 2-5), (Posavec, 2006).



Slika 2-5. Hidrauličke granice zagrebačkog vodonosnika (preuzeto iz Posavec, 2006)

Hidraulička vodljivost također je izrazito promjenjiva. U zapadnim dijelovima vodonosnika premašuje vrijednost od 3000 m/dan, dok se prema istoku smanjuje pa tako na području Črnkovca iznosi oko 2000 m/dan. Istočnije od Črnkovca hidraulička vodljivost opada do vrijednosti manje od 1000 m/dan (Urumović i Mihelčić, 2000) i (Bačani i Posavec, 2014), (Slika 2-6).



Slika 2-6. Karta vrijednosti hidrauličke vodljivosti zagrebačkog vodonosnika (preuzeto iz Bačani i Posavec, 2014)

Krovinu vodonosnika čini vodna ploha pod atmosferskim tlakom koja je u kontaktu s rijekom. Za vrijeme visokih voda Sava napaja vodonosnik, dok za vrijeme srednjih i niskih voda Sava drenira vodonosnu sredinu što dovodi do pada razine podzemne vode za vrijeme dužih sušnih razdoblja (Posavec, 2006). Problem nastaje ukoliko se razina podzemne vode spusti previše i time uzrokuje smanjenje kapaciteta pojedinih zdenaca koji sudjeluju u opskrbi Grada pitkom vodom.

Krovinu vodonosnika na kopnenim dijelovima čine slabo propusne naslage koje ili su vrlo male debljine ili ih uopće nema, što zagrebački vodonosnik čini otvorenim vodonosnikom. Slabopropusna krovina ipak usporava procjeđivanje oborinske vode što je pozitivno s aspekta zaštite okoliša i zaštite pitke vode jer se s oborinskom vodom procjeđuju i razni onečišćivači okoliša. Podinu vodonosnog sustava također izgrađuju slabo propusne naslage. Stalne (neobnovljive) zalihe podzemne vode u otvorenom vodonosniku predstavljaju volumen vode koji se nalazi unutar vodonosnog sloja ispod najnižeg zabilježenog vodostaja. Sezonske (obnovljive) zalihe predstavljaju količinu vode koja tijekom vlažnog perioda godine puni vodonosnik, a određuju se kao volumen vode koji se

nalazi u području između najnižeg i najvišeg izmjerene vodostaja u određenoj godini (Miletić i Heinrich, 1985; Bačani i Posavec, 2009).

Snižavanje razine podzemne vode najvećim dijelom prouzročeno je:

- (1) izgradnjom nasipa duž rijeke Save za obranu od poplava koji onemogućava infiltraciju vode u vodonosnik;
- (2) procesom snižavanja korita rijeke Save (Bonacci i Trninić, 1986); te
- (3) eksploatacijom podzemne vode za potrebe vodoopskrbe Grada Zagreba (Bačani i Posavec, 2009).

Bačani i Posavec (2009) su došli do zaključka kako se volumen stalnih zaliha podzemne vode smanjio za 7 % na području zagrebačkoga vodonosnika te za 13% na području samoborsko-zaprešićkoga vodonosnika u razdoblju od 1977. do 2007. godine.

Napajanje vodonosnika ostvaruje se:

- (1) infiltracijom iz rijeke Save;
- (2) infiltracijom oborina;
- (3) infiltracijom iz propusne vodoopskrbne i kanalizacijske mreže;
- (4) dotjecanjem sa zapadne strane iz susjednog samoborskog vodonosnika;
- (5) dotjecanjem sa južne strane vodonosnika s područja Vukomeričkih gorica (Bačani i Posavec, 2009).

Iz spomenutih razloga, zbog problema trajnog snižavanja razine podzemne vode, u radu se testiralo koliku zapravo ulogu ima infiltracija oborina na istraživanom području.

### 3. METODE OBRADJE PODATAKA

Razine podzemne vode u vodonosnim sustavima u interakciji su s ulazima u sustav i s izlazima iz sustava na način da promjena pojedinog rubnog uvjeta promatranog vodonosnog sustava direktno utječe na događaje porasta ili pada razine podzemne vode. Određenu ovisnost i jačinu veze između promatranih varijabli, što omogućuje predviđanje događaja u vodonosnom sustavu ili pak vrijeme potrebno za reakciju sustava na promjenu rubnih uvjeta, možemo odrediti primjenom statističkih hidrogeoloških metoda korelacije, regresije i kroskorelacije. Rubni uvjeti vodonosnih sustava kao što su npr. procjeđivanje iz oborina ili napajanje/dreniranje rijeka su, kao i razina podzemne vode, vremenski nizovi podataka. S obzirom na cikličnost procesa u prirodi koji se u hidrogeološkim istraživanjima mjere jednom hidrološkom godinom, vremenski nizovi podataka sadrže od nekoliko stotina do čak nekoliko milijuna mjerenja koje je potrebno usporediti. Statističke analize se stoga nameću kao neophodne u istraživanju hidrogeoloških procesa. U nastavku se osim opisa i načina primjene pojedine metode, obrađuju i ostali važni termini vezani uz metode.

Da bi objasnili parametre koji opisuju pouzdanost primjenjenih metoda, potrebno je objasniti i statističke parametre poput aritmetičke sredine (eng. *Mean*), varijance (eng. *Variance*), standardne devijacije (eng. *Standard deviation*) i kovarijance (eng. *Covariance*); te termine kao što su populacija (eng. *Population*) i uzorak (eng. *Sample*) koji su usko povezani s korištenim metodama i dobivenim parametrima. Populacija se sastoji od detaljno definiranog seta elemenata (konačnog ili beskonačnog), a uzorak je dio elemenata uzet iz populacije (Davis, 2002).

Jedna od najčešćih ocjena nekog seta populacije ili uzorka je njegova srednja vrijednost. Srednja se vrijednost uobičajeno definira na tri načina:

**mod** (eng. *Mod*) predstavlja vrijednost koja se najčešće pojavljuje,

**medijan** (eng. *Median*) predstavlja vrijednost od koje je pola podataka u setu veće, a pola manje,

**aritmetička sredina** definira se kao zbroj svih podataka u definiranom setu elemenata podijeljen s brojem podataka.

Sljedeća od najčešćih ocjena, odnosno karakteristika uzorka je širenje ili disperzija oko srednje vrijednosti svih podataka tj. aritmetičke sredine svih podataka. Općenito se koriste samo dvije vrijednosti za ocjenu širenja ili disperzije oko aritmetičke sredine:

**varijanca** koja predstavlja srednje kvadratno odstupanje svih podataka od aritmetičke sredine svih podataka i

**korijen iz varijance ili standardna devijacija** koja predstavlja širenje podataka oko aritmetičke sredine u jedinicama mjerenih podataka. Male vrijednosti standardne devijacije ukazuju na činjenicu da su mjereni podaci gusto grupirani oko aritmetičke sredine, dok velike vrijednosti ukazuju da su mjereni podaci široko raspršeni oko aritmetičke sredine.

Statistički parametri kojima brojčano iskazujemo set podataka jedne varijable, odnosno njezinu srednju ili centralnu vrijednost kao i širenje ili disperziju seta podataka te varijable oko srednje vrijednosti (varijanca i standardna devijacija) su dakle aritmetička sredina, varijanca i standardna devijacija,.

Statistički termin **kovarijanca** predstavlja mjeru širenja ili disperzije dvije varijable oko zajedničke srednje vrijednosti, odnosno njihove aritmetičke sredine. Kao što varijanca opisuje širenje ili disperziju oko aritmetičke sredine jedne varijable, kovarijanca opisuje širenje ili disperziju oko zajedničke aritmetičke sredine dvije varijable (Posavec i Škudar, 2016).

U radu se utvrđivala jakost statističkih veza, tj. razina statističke povezanosti između mjerenih pojava iskazana koeficijentom korelacije. Kako je svrha bila i analitički (jednadžbom 3-2) izraziti odnos između mjerenih pojava, primijenili su se regresijski modeli.

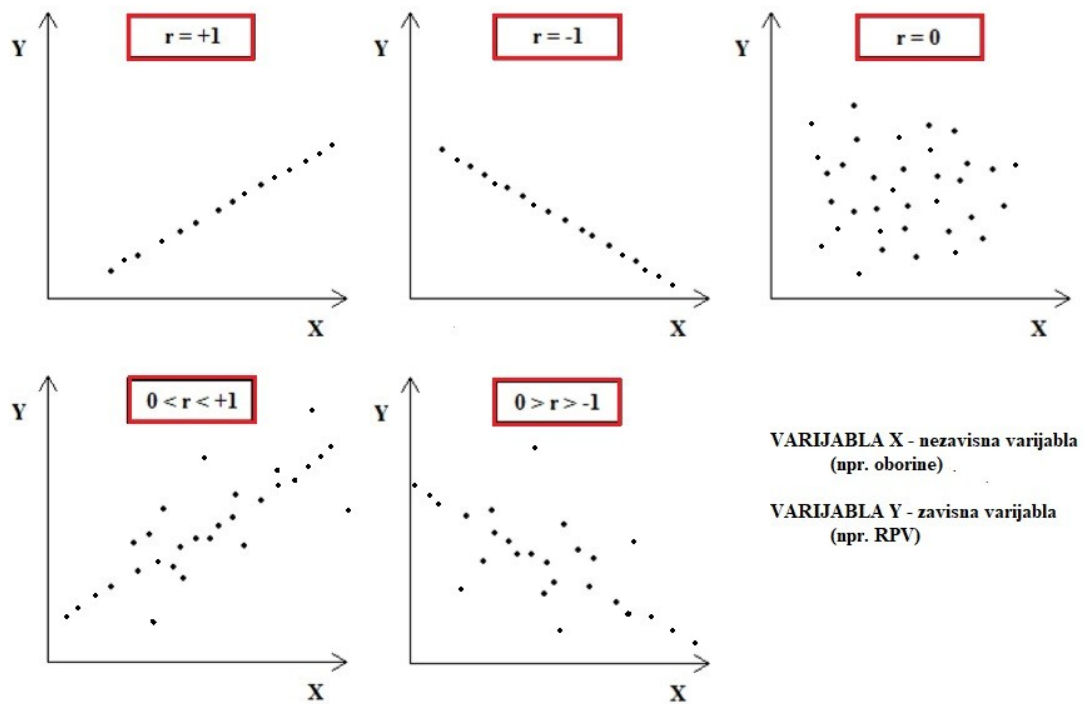
Model koji sadrži jednu zavisnu i jednu nezavisnu varijablu naziva se modelom jednostavne regresije, a model s dvije ili više nezavisnih varijabli naziva se modelom višestruke regresije. Rad prikazuje obradu podataka modelom jednostavne regresije gdje nezavisnu ili fiksnu varijablu čine oborine, a zavisnu ili promjenjivu varijablu čini razina podzemne vode.

### 3.1. Korelacijska analiza

Koeficijent korelacije, rezultat korelacijske analize,  $r_{XY}$ , mjeri jačinu odnosa između dviju varijabli i izražava njihov linearni odnos. Koeficijent korelacije,  $r_{XY}$ , predstavlja omjer kovarijance dvije varijable,  $cov_{XY}$ , i umnoška njihovih standardnih devijacija,  $s_X$  i  $s_Y$  (Davis, 2002.),

$$\frac{cov_{XY}}{s_X s_Y} = r_{XY} \quad (3-1)$$

Mjerna jedinica u kojoj se izražava  $cov_{XY}$  je zapravo umnožak mjernih jedinica dviju varijabli, a to je i jedinica umnoška standardnih devijacija u nazivniku  $s_X$  i  $s_Y$ . Stoga se sve mjerne jedinice krata pa je koeficijent korelacije,  $r_{XY}$ , bezdimenzionalna veličina. S obzirom da kovarijanca dviju varijabli može biti jednaka umnošku standardnih devijacija varijabli, no ne može biti veća, koeficijent korelacije ima raspon od +1 do -1. Pozitivni  $r_{XY}$ , u kojoj varijable X i Y imaju jaku pozitivnu korelaciju, rezultira vrijednostima  $r_{XY}$  bliskima +1. Vrijednost  $r_{XY}$  jednaka +1 označava savršenu pozitivnu spregu dviju varijabli. Pozitivne vrijednosti kazuju na odnos varijabli X i Y u kojem kod porasta vrijednosti varijable X, također rastu i vrijednosti varijable Y. Negativna korelacija, u kojoj varijable X i Y imaju jaku negativnu korelaciju, rezultira vrijednostima  $r_{XY}$  bliskima -1. Vrijednost  $r_{XY}$  jednaka -1 označava savršenu negativnu spregu dviju varijabli. Negativne vrijednosti ukazuju na odnos varijabli X i Y u kojem kod porasta vrijednosti varijable X, vrijednosti varijable Y padaju. Ako je korelacija vrlo slaba ili ako je nema, vrijednosti  $r_{XY}$  bliske su nuli (Slika 3-1).



Slika 3-1. Dijagrami rasipanja za različite vrijednosti koeficijenta korelacije

U nastavku je dana tablica s opisnim vrijednostima koeficijenta korelacije:

Tablica 3-1. Opis vrijednosti koeficijenta korelacije (Lisičina i Lisjak, 2014)

<i>(Opis vrijednosti koeficijenta korelacije)</i> Apsolutna vrijednost koeficijenta korelacije	Jačina povezanosti između varijabli
$ r  = 1$	Potpuna korelacija
$0,8 \leq  r  < 1$	Jaka korelacija
$0,5 \leq  r  < 0,8$	Srednje jaka korelacija
$0,2 \leq  r  < 0,5$	Relativno slaba korelacija
$0 <  r  < 0,2$	Neznatna korelacija
$ r  = 0$	Bez korelacije

Ako  $r_{XY}$  izražava linearni odnos dviju varijabli, trebalo bi biti moguće izračunati i liniju ovisnosti između tih varijabli. Ova analiza vodi u granu statistike koja se naziva analiza regresije.



### 3.2. Regresijska analiza

Analiza regresije može nam koristiti kada želimo analizirati setove podataka odnosno mjerenja koja su uređena u prostoru (npr. promjena sadržaja vlage u tlu s promjenom dubine) ili vremenu (npr. promjena razine podzemne vode u vremenu) kao i kada želimo analizirati međusobnu funkcionalnu ovisnost varijabli (npr. promjena razine podzemne u vodonosniku u ovisnosti o promjenama vodostaja rijeke ili pak infiltraciji oborina). Za izradu regresijske analize je dakle potrebno poznavati lokacije ili pak vremena samih mjerenja, a zanima nas i tendencija samih mjerenih podataka. Ta tendencija koristi se za interpolaciju između samih mjerenja, ekstrapolaciju izvan mjerenih podataka te donošenje zaključaka o postojanju ili nepostojanju trenda.

S obzirom na prirodu procesa koje istražujemo, vrijeme ili pak udaljenost tj. dubina odnosno položaj u prostoru predstavljaju poznatu varijablu, dok je druga varijabla kao što je to npr. razina podzemne vode ili pak sadržaj vlage u tlu, ona koja je raspodijeljena duž razmatranog kontinuuma tj. prostora ili vremena. Stoga druga varijabla,  $Y$ , kao što je to npr. razina podzemne vode ili pak sadržaj vlage, predstavlja slučajnu varijablu, dok su pak npr. dubina ili pak vrijeme,  $X$ , fiksne varijable. Zadatak je bio prognozirati varijablu  $Y$  u funkciji varijable  $X$ , pri čemu se linija podešava minimizacijom odstupanja od varijable  $Y$ . Varijabla koju istražujemo naziva se zavisna ili regresirana varijabla,  $Y$ , a pojedinačna mjerenja zavisne varijable označuju se s  $y_i$ . Odstupanja  $y_i$  se u procesu podešavanja linije minimiziraju. Nezavisna varijabla,  $X$ , naziva se i regresor, a pojedinačna mjerenja označavaju se s  $x_i$ . Jednadžba podešene linije stoga se može pisati kao:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i \quad (3-2)$$

gdje je:

$\hat{y}_i$  – procijenjena vrijednost  $y_i$  za odnosnu vrijednost  $x_i$ ,

$b_0$  – odsječak na osi  $Y$ ,

$b_1$  – koeficijent smjera pravca

Odstupanja su nam također od interesa za promatranje pa se definiraju kao  $\hat{y}_i - y_i$ , odnosno definiramo razliku između prognozirane i izmjerene vrijednosti zavisne varijable. Da bi dobili maksimalno podudaranje linije, potrebno je razlike minimizirati na način da je:

$$\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 = \textit{minimum} \quad (3-3)$$

Baš kao što kod korelacije razmatramo širenje ili disperziju dvije varijable oko zajedničke srednje vrijednosti odnosno odstupanje od njihove aritmetičke sredine, tako kod regresije promatramo odstupanje podešene linije tj. regresijskog modela od aritmetičke sredine zavisne varijable Y kao i odstupanje mjerenih vrijednosti zavisne varijable,  $y_i$ , od te iste aritmetičke sredine. Da bi odredili mjeru podešenosti linije tj. regresijskog modela odnosno mjeru korisnosti modela, potrebno je bilo definirati statistički parametar koji nazivamo koeficijent determinacije,  $R^2$  (engl. Coefficient of determination, Goodness of fit) (Davis, 2002.; Montgomery and Runger, 2003.). Za to je potrebno definirati dva termina koja opisuju promjenu zavisne varijable, Y.

Prvi od njih određuje se kao ukupna suma kvadrata ( $SS_T$ ) od Y (engl. total sum of squares), a opisuje odstupanja pojedinačnih mjerenja zavisne varijable Y od njihove aritmetičke sredine:

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2 \quad (3-4)$$

gdje je:

$y_i$  – pojedinačna mjerenja zavisne varijable Y

$\bar{Y}$  – aritmetička sredina pojedinačnih mjerenja zavisne varijable Y.

Drugi termin određuje se kao suma kvadrata zbog regresije ( $SS_R$ ) (engl. sum of squares due to regression), a opisuje odstupanja procijenjenih tj. prognoziranih vrijednosti zavisne varijable Y od njihove aritmetičke sredine:

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{Y})^2 \quad (3-5)$$

gdje je:

$\hat{y}_i$  – procijenjena vrijednost  $y_i$  za odnosnu vrijednost  $x_i$ ,

$\bar{Y}$  – aritmetička sredina pojedinačnih mjerenja zavisne varijable Y.

Mjera podešenosti linije tj. podešenosti regresijskog modela mjerenim vrijednostima odnosno mjera korisnosti modela definira se kao:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (3-6)$$

gdje je:

$R^2$  – koeficijent determinacije

Ako linija tj. odabrani regresijski model dobro reprezentira mjerene vrijednosti,  $R^2$  će biti blizak jedinici dok će u suprotnom biti blizak nuli ( $0 \leq R^2 \leq 1$ ).  $R^2$  predstavlja mjeru koja nam omogućuje da odredimo koliko dobro podešena linija tj. koliko zapravo regresijski model reprezentira mjerene podatke i određuje pouzdanost prognoziranja zavisne varijable. Vrijednost koeficijenta determinacije  $R^2$  daje nam postotak mjerenih podataka koji su najbliže podešenoj liniji tj. regresijskom modelu. Npr., ako je  $R^2 = 0,70$  to znači da se 70% ukupnog odstupanja varijable Y od podešene linije tj. regresijskog modela, može objasniti linearnim odnosom između varijabli X i Y odnosno podešenom linijom tj. regresijskim modelom, dok 30% ukupnog odstupanja ostaje neobjašnjeno. Korisna veza je i ta da drugi korijen iz koeficijenta determinacije  $R^2$  predstavlja višestruki koeficijent korelacije,  $R = \sqrt{R^2}$ , a koji je algebarski ekvivalentan koeficijentu korelacije  $r_{XY}$  danom u jednadžbi 1.

Tablica 3-2. Opis vrijednosti koeficijenta determinacije  $R^2$  prema Chadocku

**CHADOCKOVA LJESTVICA:**

Koeficijent determinacije $R^2$	Značenje
0.00	odsutnost veze
0.00 – 0.25	slaba veza
0.25 – 0.64	veza srednje jakosti
0.64 – 1.00	čvrsta veza
1.00	potpuna veza

### 3.3. Kros-korelacijska analiza

Kros-korelacijom definiramo mjeru sličnosti dviju varijabli odnosno dvaju niza podataka tj. postotak do koje se mjere dva niza koreliraju s obzirom na zaostajanje jedne varijable u odnosu na drugu. Proces usporedbe nizova podataka gdje uspoređujemo uzastopno zaostajanje jedne varijable za drugom naziva se kros-korelacija (Davis, 2002.). Kros-korelaciju koristimo za usporedbu dva niza koji imaju vremensku ovisnost. Jačina veze između dva vremenska niza definira se koeficijentom korelacije,  $r$ , koji pak se računa za svako uzastopno zaostajanje. Pri tom najveći određeni koeficijent korelacije određuje vremensko zaostajanje između dva vremenska niza. U kros-korelacijskoj analizi, mjerenja vremenskih nizova trebaju međusobno vremenski odgovarati, odnosno, mjerenja trebaju biti obavljena u isto vrijeme, npr. na isti dan ako je učestalost mjerenja npr. 1 dan ili pak u isti sat ako je učestalost mjerenja npr. 1 sat. Nulto zaostajanje predstavlja poravnanje dva vremenska niza na isto, početno vrijeme mjerenja, a usporedba se radi kako za nulto zaostajanje tako i za svako sljedeće uzastopno zaostajanje, uključujući i pozitivne i negativne pozicije vremenskog zaostajanja, pri čemu vremenski niz A slijedi vremenski niz B i obratno. Rezultati kros-korelacijske analize prikazuju se na kros-korelogramu.

Jačina veze između vremenskih nizova određuje se preko koeficijenta korelacije,  $r$ , koristeći istu jednadžbu kao i za običnu linearnu korelaciju (vidi jednadžbu 3-1). Jednadžba 1 primjenjuje se samo na segmente dva vremenska niza koji se preklapaju. Stoga apsolutni maksimalni broj pozicija koje se preklapaju iznosi  $n-2$ , pri čemu  $n$  označava broj podataka u danim vremenskim nizovima.

## **4. KORIŠTENI PODACI I OBRADA**

Za potrebe izrade diplomskog rada, hidrogeološku analizu i modeliranje interakcije oborina i razine podzemne vode, korišteni su podaci o oborinama sa meteoroloških postaja Kosnica i Pleso i podaci o razinama podzemne vode sa piezometara vodocrpilišta Kosnica (PI-17) i Velika Gorica (P-11) (Slika 4-1). Analizirano razdoblje obuhvatilo je period od 01.01.2010. godine do 31.12.2015. godine, tj. šest hidroloških godina.

Mjerenja dnevne količine oborina na postajama ustupio je Državni hidrometeorološki zavod u Zagrebu (DHMZ).

### **4.1. Meteorološke postaje**

Kosnica:

Koordinate:

x,y = 5584633, 5069731 (Gaus Krüger 5. zona)

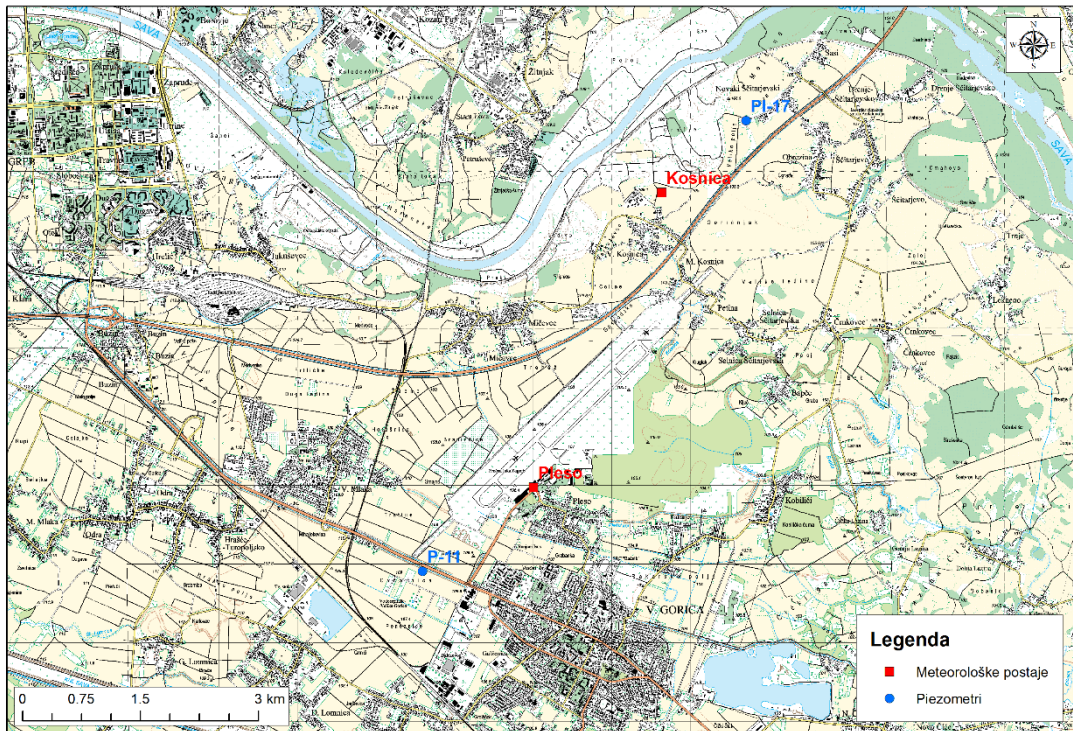
x,y = 467591, 5069729 (HTRS 96 / TM)

Pleso:

Koordinate:

x,y = 5582398, 5065533 (Gaus Krüger 5. zona)

x,y = 465278, 5065573 (HTRS 96 / TM)



Slika 4-1. Prostorna raspodjela situacije piezometara (P-17 i P-11) i meteoroloških postaja Kosnica i Pleso na jugoistočnom djelu zagrebačkog vodonosnika

## 4.2. Piezometri za obradu

U radu su interpretirani podaci o razinama podzemne vode iz piezometara PI-17 (Slika 4-1 i tablica 4-1) te P-11 (Slika 4-1 i tablica 4-2). Mjerenja u piezometrima na korištenje je ustupio Državni hidrometeorološki zavod.

Razine podzemne vode u piezometrima također su mjerene od 1. siječnja 2010. godine do kraja prosinca 2015. godine, ali u prosjeku svaka 3 do 4 dana. Te je podatke bilo potrebno interpolirati metodom linearne interpolacije. Postupkom linearne interpolacije dobiveni su podaci o razinama podzemne vode za svaki dan te je nakon toga bilo moguće ispravno provesti statističke metode.

Tablica 4-1. Piezometar s vodocrpilišta Kosnica

Ustupio:		DHMZ	
Ime piezometra:		PI-17	
EGPV naziv piezometra:		ZG-2-P-18	
Visina:		Kota nule [m.n.m.]:	107,06
		Kota terena [m.n.m.]:	106,01
		Dno filtera [m.n.m.]:	99,05
Koordinate:	MGI Balkan 5.zona	X [m]	5585708
		Y [m]	5070647
	HTRS	X [m]	468683
		Y [m]	5070624

Tablica 4-2. Piezometar s vodocrpilišta Velika Gorica

Ustupio:		DHMZ	
Ime piezometra:		P-11	
EGPV naziv piezometra:		ZG-3-P-144	
Visina:		Kota nule [m.n.m.]:	107,48
		Kota terena [m.n.m.]:	107,15
		Dno filtera [m.n.m.]:	97,98
Koordinate:	MGI Balkan 5.zona	X [m]	5581590
		Y [m]	5064910
	HTRS	X [m]	464459
		Y [m]	5064966

Za provedbu statističkih hidrogeoloških analiza u sklopu istraživanja za diplomski rad, korištena je aplikacija Excel. Obrada vremenskih nizova podataka brza je, pouzdana i objektivna, što osigurava dosljednost u izvođenju obrada te ju je moguće primijeniti na velike setove podataka. Za potrebe izrade ovog rada Excel je korišten za organizaciju podataka, njihov grafički prikaz, obradu podataka i grafički prikaz rezultata. Provedene su metoda korelacije i metoda regresije (Slika 4-2). Metoda kroskorelacije provedena je pomoću namjenski izrađenog računalnog VBA programa (Posavec et al., 2017). Sučelje je jednostavno te lako za korištenje ako raspolažemo s dva vremenska niza podataka koji se unose u program (Slika 4-3). Ova metoda je vrlo pouzdana i točna, te također omogućuje primjenu na velike setove podataka, kao što je i ovdje bio primjer.

Koeficijent korelacije  $r$  dobiven je upotrebom naredbe CORREL. Funkciji se definiraju vrijednosti varijable  $x$  i  $y$ , a ona sama izračunava vrijednost koeficijenta korelacije  $r$ . Koeficijent determinacije  $R^2$  dobiven je upotrebom alata za analizu podataka. Odabirom alata i zadavanjem naredbe Regression, te zadavanjem zavisne, odnosno nezavisne varijable dobiveni su koeficijent determinacije  $R^2$ , ali i koeficijent korelacije  $r$ , koji je poslužio kao provjera točnosti ranije provedene funkcije CORREL.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

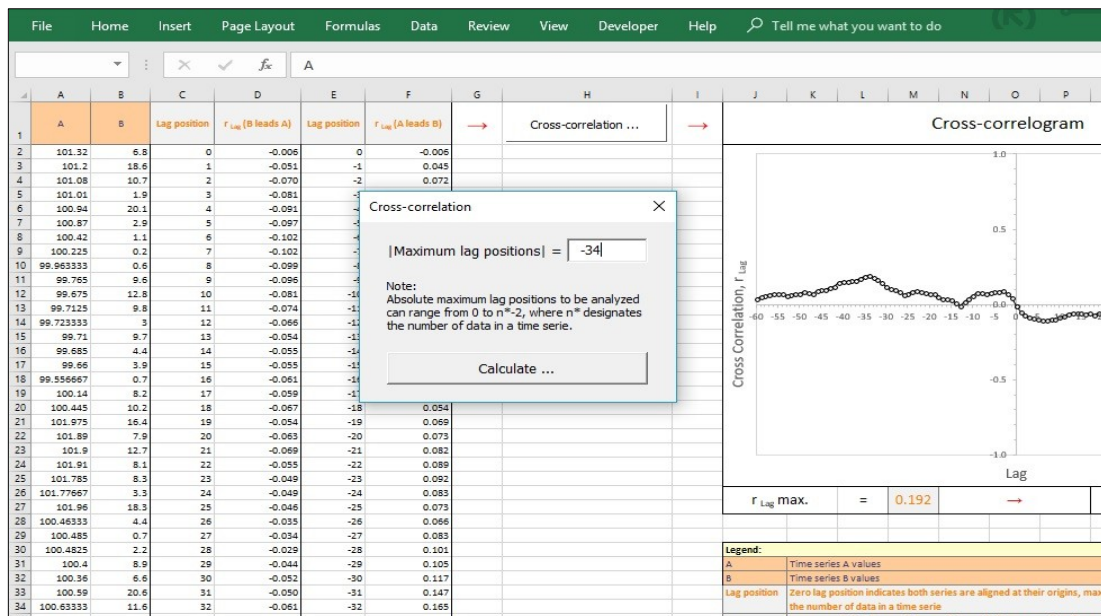
Datum	Vodostaj [m.m.]	Datum	RPV [m n.m.]
05-sij-2010	6.80	05-sij-2010	101.32
06-sij-2010	18.60	06-sij-2010	101.20
07-sij-2010	10.70	07-sij-2010	101.08
08-sij-2010	1.90	08-sij-2010	101.01
09-sij-2010	20.10	09-sij-2010	100.94
10-sij-2010	2.90	10-sij-2010	100.87
18-sij-2010	1.10	18-sij-2010	100.42
22-sij-2010	0.20	22-sij-2010	100.23
27-sij-2010	0.60	27-sij-2010	99.96
31-sij-2010	9.60	31-sij-2010	99.77
06-vlj-2010	12.80	06-vlj-2010	99.68
07-vlj-2010	9.80	07-vlj-2010	99.71
10-vlj-2010	3.00	10-vlj-2010	99.72
11-vlj-2010	9.70	11-vlj-2010	99.71
12-vlj-2010	4.40	12-vlj-2010	99.69
13-vlj-2010	3.90	13-vlj-2010	99.66

The formula bar shows: `=CORREL(B6:B685,E6:E685)`

The result in cell K3 is:  $r = -0.005895711$

Slika 4-2. Zadavanje naredbe CORREL u aplikaciji Excel





Slika 4-3. Sučelje namjenski izrađenog VBA programa

Za izradu karata, poslužio je ArcMap, komponenta ESRI (ESRI- eng. Enviromental Systems Research Institute) ArcGIS paketa geoprostornih programa za obradu. Program se zapravo koristio za pregled, uređivanje, stvaranje te analizu geoprostornih podataka.

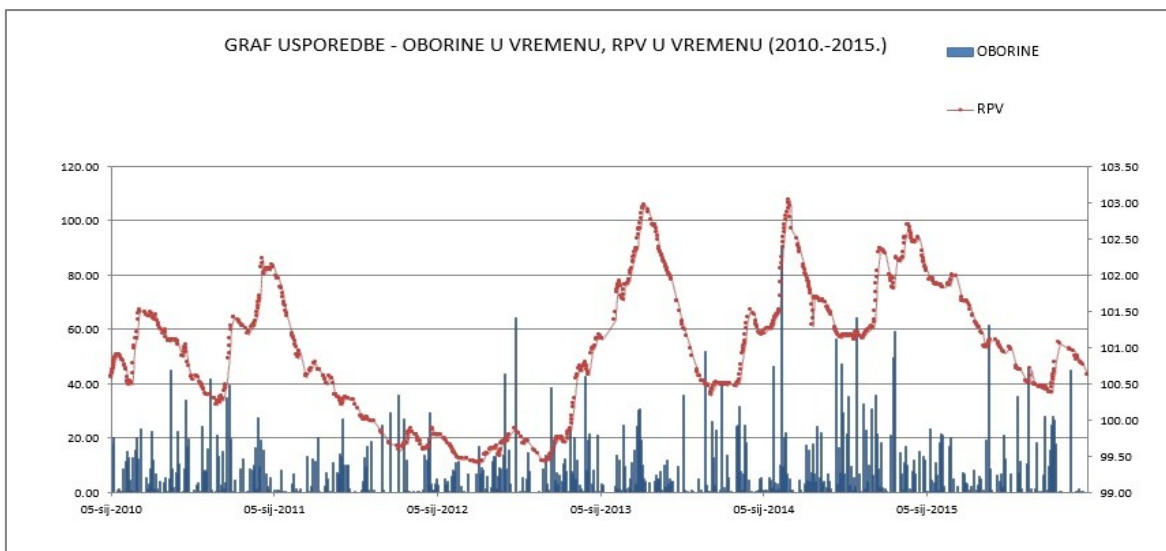
## 5. REZULTATI OBRADJE PODATAKA

Primjer primjene korelacijskog, regresijskog i kros-korelacijskog modeliranja vremenskih nizova podataka u hidrogeologiji, dan je za istraživanje provedeno na području jugoistočnog dijela zagrebačkog otvorenog dijela aluvijalnog vodonosnika.

Analiza korelacije provedena je s ciljem utvrđivanja jačine interakcije aluvijalnog dijela zagrebačkog vodonosnika i oborina. Regresijska analiza je za cilj imala utvrditi mogućnost prognoziranja razine podzemne vode u aluvijalnim naslagama na području jugoistočnog dijela grada Zagreba na temelju mjerenja oborina na meteorološkim stanicama Kosnica i Pleso. Provedene su i kros-korelacijske analize između piezometara aluvijalnog dijela zagrebačkog vodonosnika i meteoroloških postaja Kosnica i Pleso grada Zagreba, čime se željelo utvrditi vrijeme reakcije tj. vrijeme prijenosa tlaka u vodonosniku odnosno vremensko zaostajanje promjene potencijala u odnosu na pale oborine. Analizirani su dnevni vremenski nizovi razina podzemne vode u piezometrima PI-17 vodocrpilišta Kosnica i P-11 vodocrpilišta Velika Gorica te na meteorološkim postajama Kosnica i Pleso, a analizirana su mjerenja obuhvatila šest hidroloških godina, tj. mjerenja su provedena u razdoblju od 01.01.2010. do 31.12.2015. godine. Prije same statističke hidrogeološke analize, izrađeni su i grafovi usporedbe kako bi već iz same vizualne usporedbe imali uvid u situaciju. Uspoređivala se razina podzemne vode u vremenu sa oborinama palim u tom istom razdoblju, tj. izrađeni su nivogrami piezometara na području vodocrpilišta Kosnica i Velika Gorica te pluviogrami meteoroloških postaja Kosnica i Pleso (Slika 5-1 i Slika 5-2).



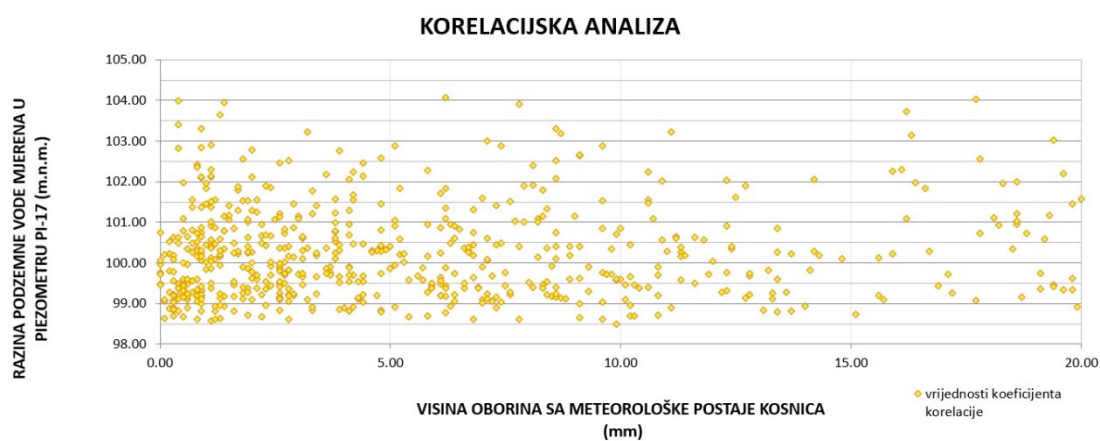
Slika 5-1. Pluviogram meteorološke postaje Kosnica u usporedbi s nivogramom piezometra PI-17 na vodocrpilištu Kosnica



Slika 5-2. Pluviogram meteorološke postaje Pleso u usporedbi s nivogramom piezometra PI-11 na vodocrpilištu Velika Gorica

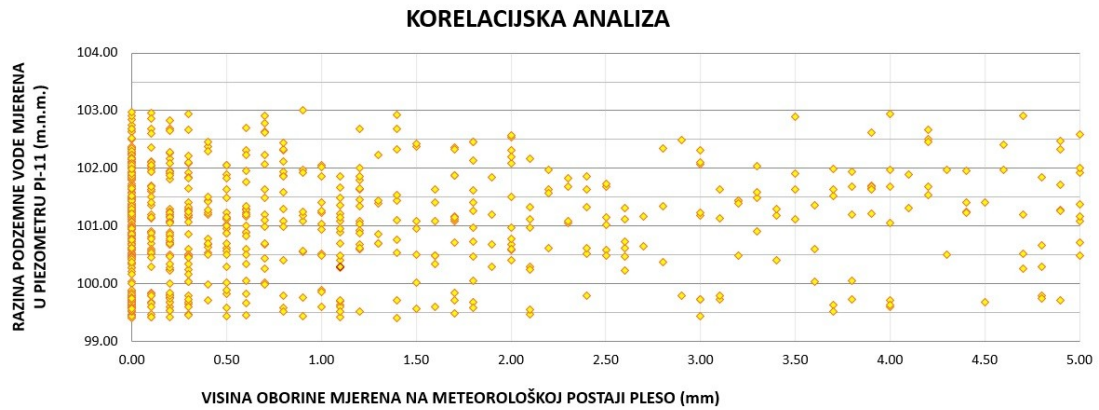
## 5.1. Rezultati dobiveni korelacijskom metodom

Prosječni koeficijent korelacije,  $r$ , dobiven analizom korelacije između vremenskih nizova razina podzemne vode izmjerenih na piezometru vodocrpilišta Kosnica (PI-17) i oborina izmjerenih na meteorološkoj postaji Kosnica, iznosi  $-0,005895711$  što ukazuje na neznatnu korelaciju i vrlo slabu hidrauličku vezu oborina i jugoistočnog dijela zagrebačkog vodonosnika (Slika 5-3).



Slika 5-3. Rezultati korelacijske analize između razina podzemne vode u piezometru PI-17 na vodocrpilištu Kosnica i oborina palih na području meteorološke postaje Kosnica

Prosječni koeficijent korelacije,  $r$ , dobiven analizom korelacije između vremenskih nizova razina podzemne vode izmjerenih na piezometru P-11 vodorpilišta Velika Gorica i oborina izmjerenih na meteorološkoj postaji Pleso, iznosi  $-0,03685996$  što također ukazuje na neznatnu korelaciju i na jako slabu hidrauličku vezu oborina i jugoistočnog dijela zagrebačkog vodonosnika (Slika 5-4).

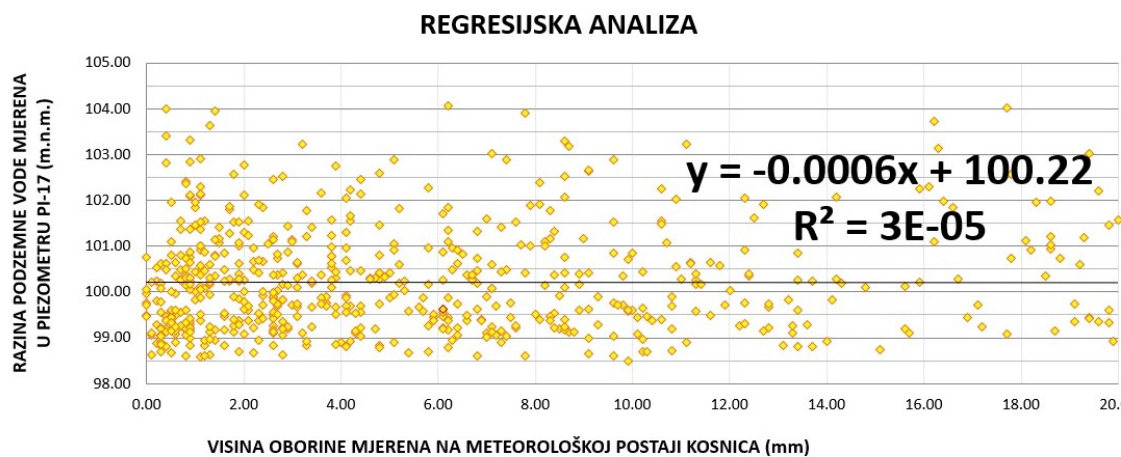


Slika 5-4. Rezultati korelacijske analize između razina podzemne vode u piezometru P-11 na vodocpilištu Velika Gorica i oborina palih na području meteorološke postaje Pleso

## 5.2. Rezultati dobiveni regresijskom analizom

Koeficijent determinacije,  $R^2$ , dobiveni regresijskom analizom vremenskih nizova razina podzemne vode i oborina, na vodocrpilištu Kosnica iznosi 0,00003 što ukazuje na nepouzdanost dobivenih regresijskih modela za potrebe prognoziranja razina podzemne vode.

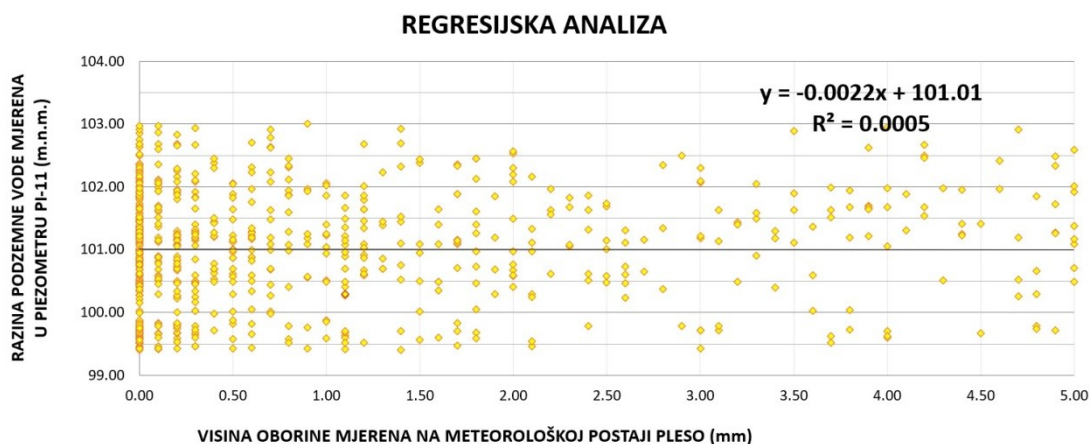
Na slici 5-5 prikazan je regresijski model vremenskih nizova razina podzemne vode izmjerenih u piezometru PI-17 vodocrpilišta Kosnica i meteorološkoj postaji Kosnica.



Slika 5-5. Rezultati regresijske analize između razina podzemne vode na vodocrpilištu Kosnica i oborina palih na području meteorološke postaje Kosnica

Koeficijent determinacije,  $R^2$ , dobiveni regresijskom analizom vremenskih nizova razina podzemne vode i oborina, na vodocrpilištu Velika Gorica je 0,0005 što također ukazuje na nepouzdanost dobivenih regresijskih modela za potrebe prognoziranja razina podzemne vode.

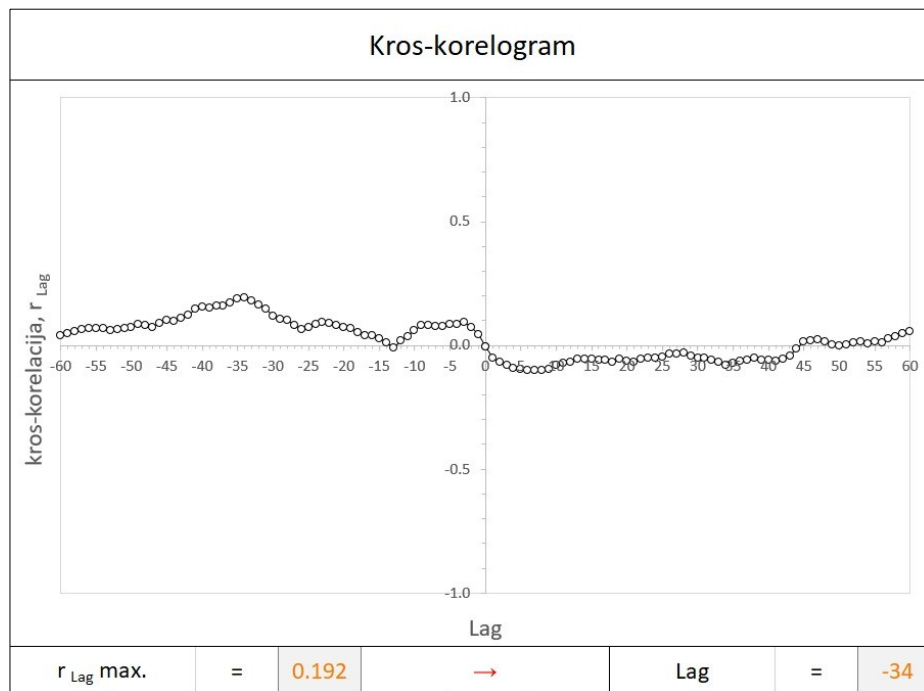
Na slici 5-6 prikazan je regresijski model vremenskih nizova razina podzemne vode izmjerenih u piezometru P-11 vodocrpilišta Velika Gorica i meteorološkoj postaji Pleso.



Slika 5-6. Rezultati regresijske analize između razina podzemne vode u piezometru P-11 na vodocrpilištu Velika Gorica i oborina palih na području meteorološke postaje Pleso

### 5.3. Rezultati dobiveni kros-korelacijskom analizom

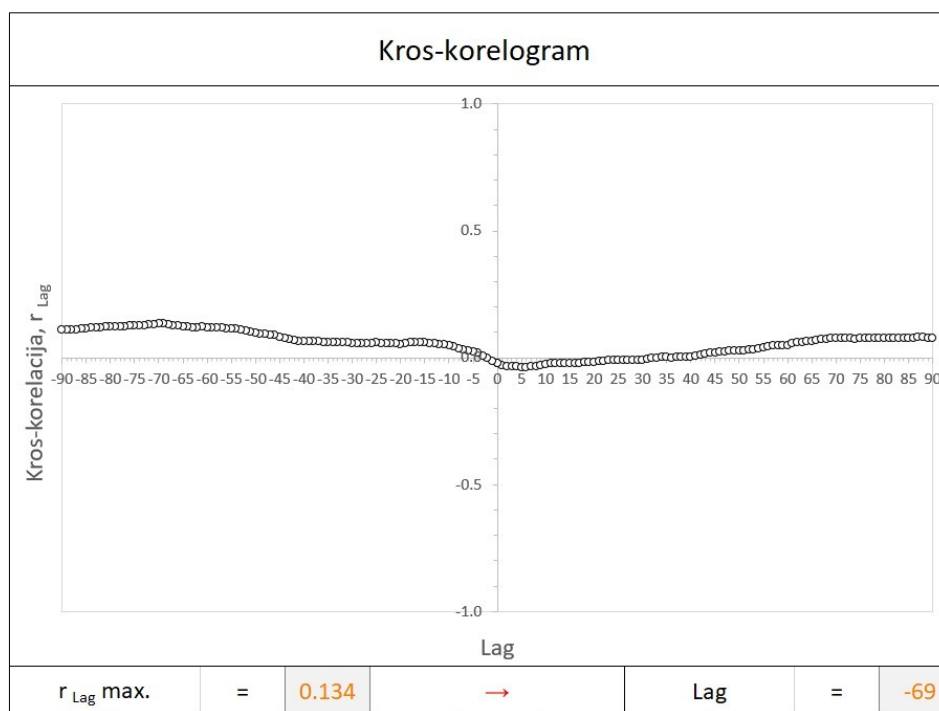
Kros-korelacijska analiza pokazala je vremensko zaostajanje reakcije porasta razina podzemne vode u piezometru PI-17 u odnosu na padaline izmjerene na meteorološkoj postaji Kosnica, odnosno vrijeme prijenosa tlaka od 34 dana. Na slici 5-7 prikazan je kros-korelogram dnevnih mjerenja razina podzemne vode u piezometru PI-17 vodocrpilišta Kosnica i dnevnih mjerenja vodostaja palih oborina na meteorološkoj postaji Kosnica.



Slika 5-7. Kros-korelogram dnevnih mjerenja razina podzemne vode u piezometru PI-17 vodocrpilišta Kosnica i dnevnih mjerenja vodostaja palih oborina na meteorološkoj postaji Kosnica



Kros-korelacijska analiza pokazala je vremensko zaostajanje reakcije porasta razina podzemne vode u piezometru P-11 u odnosu na padaline izmjerene na meteorološkoj postaji Pleso, odnosno vrijeme prijenosa tlaka od 69 dana. Na slici 5-8 prikazan je kros-korelogram dnevnih mjerenja razina podzemne vode u piezometru P-11 vodocrpilišta Velika Gorica i dnevnih mjerenja vodostaja oborina na meteorološkoj postaji Pleso.

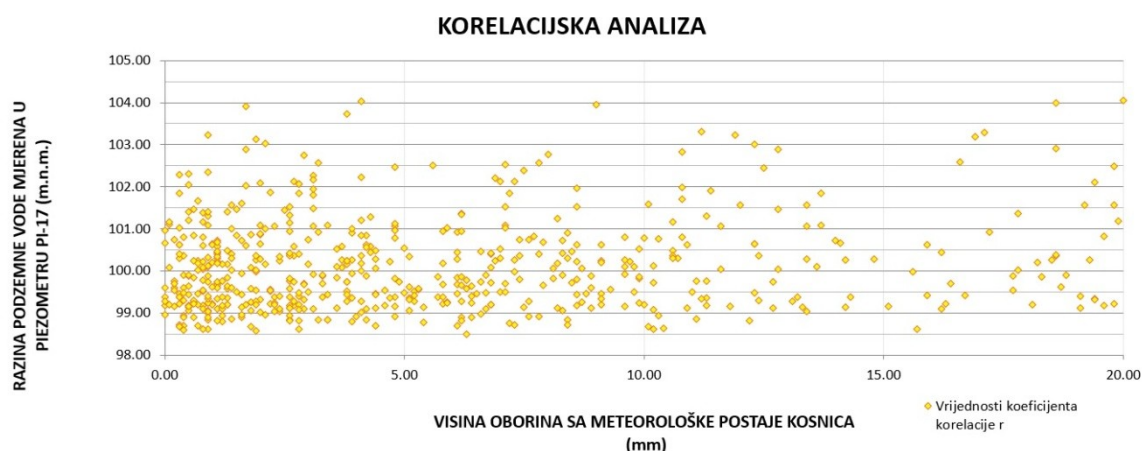


Slika 5-8. Kros-korelogram dnevnih mjerenja razina podzemne vode u piezometru PI-11 vodocrpilišta Velika Gorica i dnevnih mjerenja vodostaja palih oborina na meteorološkoj postaji Pleso

## 6. RASPRAVA

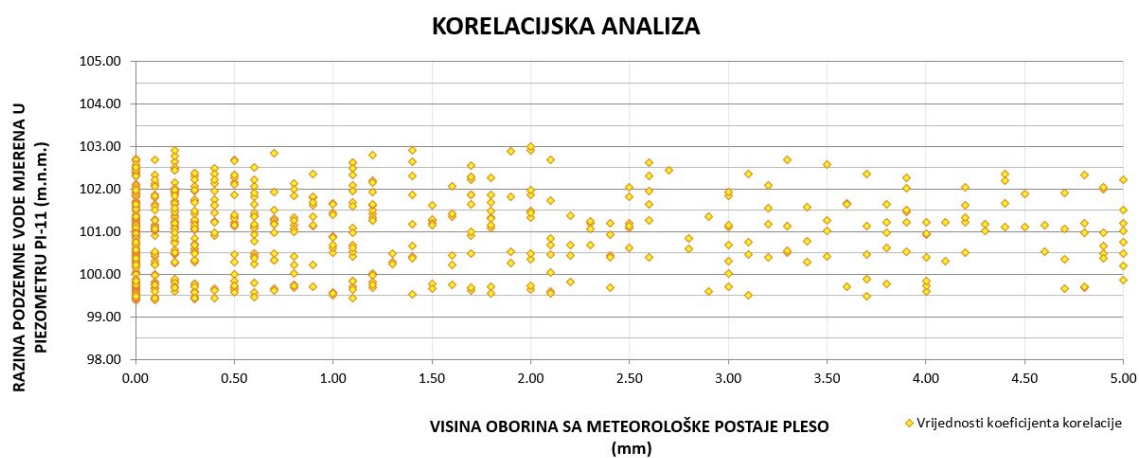
Nakon kros-korelacijskih analiza za vodocrpilišta Kosnica i Velika Gorica te meteoroloških postaja Kosnica i Pleso, pomaknuli smo vremenski niz zavisne varijable, u ovom slučaju razinu podzemne vode, za dobiveni iznos vremenskog zaostajanja. Nakon pomicanja i usklađivanja vremenskog niza zavisne varijable s vremenskim nizom nezavisne varijable, u ovom slučaju oborine, statističke analize su se ponovile kako bi ustanovili kolika je zapravo maksimalna moguća korelacija između promatranih varijabli.

Dobiveni koeficijent korelacije  $r_{XY}$  iznosi 0,191827464. Ponovljena korelacijska analiza tj. maksimalna moguća korelacija za vodocrpilište Kosnica i meteorološku postaju Kosnica (Slika 6-1) u analiziranim uvjetima također ne prikazuje znatno veću ovisnost zavisne varijable o nezavisnoj.



Slika 6-1. Ponovljena korelacijska analiza (maksimalna korelacija) za vodocrpilište Kosnica i meteorološku postaju Kosnica

Dobiveni koeficijent korelacije  $r_{XY}$  iznosi 0,134253913. Ponovljena korelacijska analiza tj. maksimalna moguća korelacija za piezometar P-11 na vodocrpilištu Velika Gorica i meteorološku postaju Pleso (Slika 6-2) u analiziranim uvjetima također ne prikazuju znatno veću zavisnost jedne varijable o drugoj.



Slika 6-2. Ponovljena korelacijska analiza (maksimalna korelacija) za vodocrpilište Velika Gorica i meteorološku postaju Pleso

## 7. ZAKLJUČAK

Statističko hidrogeološko modeliranje vremenskih nizova podataka kao što su to npr. mjerenja razina podzemne vode, oborina, vodostaja rijeka, jezera i potoka ili pak istjecanja na izvorima, u hidrogeološkom istraživanju predstavlja jedan od prvih koraka u izradi analize, nakon samih mjerenja procesa u prirodi. Korelacijskom statističkom analizom možemo odrediti jačinu veze između događaja u vodonosnim sustavima i njihovih rubnih uvjeta. Jačina veze ukazuje na utjecaj pojedinog rubnog uvjeta na događaje u vodonosnim sustavima kao što su to npr. oscilacije razina podzemne vode. Regresijskom statističkom analizom možemo odrediti funkcionalnu ovisnost pojedinog rubnog uvjeta i događaja u sustavu, npr. infiltracije iz oborina (nezavisna varijabla) koja predstavlja rubni uvjet i razina podzemne vode (zavisna varijabla) koja predstavlja promatrani događaj u sustavu. Dobivena funkcija, regresijski model, može nam poslužiti za prognoziranje događaja u sustavu. Analiziramo li dinamiku podzemnih voda, odnosno brzinu interakcije između događaja u vodonosnim sustavima i njihovih rubnih uvjeta, možemo primijeniti kros-korelacijsku statističku analizu kojom možemo odrediti vremensko zaostajanje događaja u vodonosnim sustavima za promjenama njihovih rubnih uvjeta.

Potrebno je samo dobro analizirati postojeće uvjete unutar istraživanog područja te dobivene koeficijente korelacije, zajedno s njihovim statističkim značajnostima, razmotriti u okviru promatranih uvjeta kako bi se došlo do što boljih konačnih rezultata i dobrih zaključaka.

Statističku značajnost nužno je definirati kako bi ustanovili dali uz analiziranog činitelja postoje i nekontrolirani uvjeti koji utječu na promatrane promjene. Od velike je važnosti imati dovoljan broj kontinuirano mjerenih podataka s što većeg broja lokacija kako bi se dobili što točniji rezultati i povećala sigurnost tvrdnje konačno donesenih zaključaka.

Kao primjer primjene korelacijskog, regresijskog i kros-korelacijskog modeliranja vremenskih nizova podataka u hidrogeologiji, u radu je prikazano istraživanje na području zagrebačkog vodonosnika kojim se utvrđivala hidraulička veza oborina s jugoistočnim dijelovima sustava. Niski koeficijenti korelacije,  $r$ , kao i koeficijenti determinacije,  $R^2$ , vrlo bliski nuli, te dugo vrijeme prijenosa tlaka u vodonosnik nakon pale oborine koje se mjerilo u danima, ukazali su na slabu hidrauličku vezu oborina i jugoistočnog djela zagrebačkog vodonosnika. Pri zaključivanju o slaboj vezi između oborina i podzemne vode zagrebačkog vodonosnog sustava treba spomenuti i zaključak diplomskog rada Vanje Bosanca na temu „Identifikacija zona pretežitog prihranjivanja/dreniranja zagrebačkog vodonosnika analizom krivulja trajanja rijeke Save i razina podzemne vode“ (2015).

Bosanac V. u svom radu zaključuje kako se većina promjena razina podzemne vode zagrebačkog vodonosnika događa zbog porasta ili pada vodostaja rijeke Save. Dakle, visoki koeficijenti korelacije te visoki koeficijenti determinacije dobili bi se usporedbom vodostaja rijeke Sava s razinom podzemne vode zagrebačkog vodonosnog sustava. Statističke metode su provedene na dvije lokacije od kojih je jedna lokacija više udaljena od rijeke Save, a druga manje. U ovom diplomskom radu, koeficijenti sa lokacije Kosnica, koja ima manju udaljenost od same rijeke, niži su nego na lokaciji Velika Gorica. Takvi su rezultati i očekivani jer se s većom udaljenošću od rijeke Save povećava povezanost podzemne vode s oborinama odnosno slabi odnos podzemnih voda i rijeke Save. Kada se uzmu u obzir svi dobiveni rezultati, vrlo niski koeficijenti te neznatna korelacija, može se potvrditi kako neznatan dio napajanja zagrebačkog vodonosnog sustava ovisi o oborinama.

## 8. KORIŠTENA LITERATURA

- (1) Al-Ahmed, F. (2017): Identifikacija utjecaja praga TE – TO na podzemne vode neposrednog zaobalja: diplomski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, str 30-32.
- (2) Bačani A. i Posavec K. (2009): Elaborat zaštitnih zona vodocrpilišta Velika Gorica. Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, str 22-55.
- (3) Bačani A. i Posavec K. (2009): Vodoistražni radovi za potrebe implementacije Okvirne direktive o vodama u dijelu koji se odnosi na kvantitativno stanje vodana zagrebačkom i samoborskom području: stručni elaborat, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- (4) Bačani A. i Posavec K. (2014): Elaborat o zonama zaštite izvorišta grada Zagreba. Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.
- (5) Basch O. (1980): Tumač osnovne geološke karta 1:100.000 list Ivanić Grad L 33–81. Institut za geološka istraživanja Zagreb, Savezni geološki zavod, Beograd.
- (6) Bedeniković, T. (2017): Identifikacija hidrauličke veze rijeke Odre i podzemnih voda istočnog dijela zagrebačkog vodonosnika: diplomski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, str 22-23.
- (7) Bonacci, O. i Trninić, D. (1986): Analiza uzroka i prognoza promjena vodostaja Save i nivoa podzemnih voda u okolici Zagreba. Vodoprivreda 18.
- (8) Bosanac, V. (2015): Identifikacija zona pretežitog prihranjivanja/dreniranja zagrebačkog vodonosnika analizom krivulja trajanja rijeke Save i razina podzemne vode: diplomski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, str 30-58.
- (9) Davis, J.C. (2002): Statistics and Data Analysis in Geology, Third Edition. John Wiley & Sons Inc., New York.
- (10) Ličina, I. i Lisjak, D. (2014): Primjena statističkih metoda s naglaskom na trend, korelaciju i regresiju. Seminarski rad, Ekonomski fakultet Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Osijek.
- (11) Miletić P. i Heinrich-Miletić M. (1985): Metodološki pristup istraživanju i gospodarenju rezervama podzemnih voda. Jugoslavenski komitet svjetskih kongresa za naftu, Nafta, Zagreb.
- (12) Posavec, K. (2006): Identifikacija i prognoza minimalnih razina podzemne vode zagrebačkoga aluvijalnog vodonosnika modelima recesijskih krivulja. Doktorska disertacija, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

- (13) Posavec, K. i Škudar, S. (2016): Korelacijsko, regresijsko i kros-korelacijsko modeliranje vremenskih podataka u hidrogeologiji: 1. Hrvatski znanstveni skup iz geomatematike i nazivlja u geologiji zbornik recenziranih radova i sažetaka: Rudarsko-geološko naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, str 75-90.
- (14) Posavec, K., Vukojević, P., Ratkaj, M. i Bedeniković, T. (2017): Cross-correlation Modelling of Surface Water – Groundwater Interaction Using Excel Spreadsheet Application, Rudarsko-geološko-naftni zbornik, 32, 1, 25-32.
- (15) Ratkaj, M. (2014): Identifikacija utjecaja vodostaja rijeke Save na vodostaj jezera Jarun: diplomski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, str 20-21.
- (16) Velić, J. i Durn, G. (1993): Alternating Lacustrine-Marsh Sedimentation and Subaerial Exposure Phases during Quaternary: Prečko, Zagreb, Croatia. *Geologica Croatica*, vol. 46, no1, p. 71-90.
- (17) Velić, J. i Saftić, B. (1991): Subsurface Spreading and Facies Characteristics of Middle Pleistocene Deposits between Zaprešić and Samobor. *Geološki vjesnik*, 44, 69-82.
- (18) Vukojević, P. (2010): Identifikacija utjecaja vodostaja Dunava i Drave na vodostaj jezera Sakadaš: diplomski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, str 1-3.
- (19) Šikić K., Basch O., Šimunić A. (1979): Tumač osnovne geološke karte 1:100.000 list Zagreb L 33–80. Institut za geološka istraživanja Zagreb, Savezni geološki zavod, Beograd.
- (20) Škudar, S. (2016): Hidraulička povezanost aluvijalnih i proluvijalnih naslaga zagrebačkog vodonosnika: diplomski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb str 25.