

# Metode ispitivanja kuta sipanja i ponovljivost rezultata metodom cilindra

---

**Kopunić, Matilda**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:169:655462>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-25**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering Repository, University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
RUDARSKO-GEOLOŠKO-NAFTNI FAKULTET  
Diplomski studija rudarstva

**METODE ISPITIVANJA KUTA SIPANJA I PONOVLJIVOST REZULTATA  
METODOM CILINDRA**

Diplomski rad

Matilda Kopunić

R 187

Zagreb, 2019.

## *Zahvala*

*Veliku zahvalnost, u prvom redu, dugujem mentoru dr. sc. Mariu Klanfaru koji je svojim znanstvenim i stručnim savjetima oblikovao ideju i pomogao mi pri izradi ovoga diplomskog rada te omogućio korištenje Laboratorija za rudarsku mehanizaciju i arhitektonsko građevni kamen na Rudarsko-geološko-naftnom fakultetu.*

*Također se zahvaljujem asistentu mag.ing. Vjekoslavu Hercegu na pruženoj pomoći i radu tijekom provedbe laboratorijskih ispitivanja.*

*Posebno se želim zahvaliti svojim roditeljima, sestrama i svim bližnjima koji su me tijekom cijelog mog školovanja poticali i podržavali moju težnju za ostvarivanjem ciljeva.*

*Naposljetku, želim se zahvaliti svim kolegama i prijateljima koji su mi vrijeme provedeno na fakultetu uljepšali svojim prisustvom i pridonijeli da to vrijeme smatram ljepšim dijelom svoga života.*

## METODE ISPITIVANJA KUTA SIPANJA I PONOVLJIVOST REZULTATA METODOM CILINDRA

Matilda Kopunić

Rad izrađen: Sveučilište u Zagrebu  
Rudarsko-geološko-naftni fakultet  
Zavod za rudarstvo i geotehniku  
Pierottijeva 6, 10 000 Zagreb

### Sažetak

U ovom radu naglasak je na jednom od fizikalnih svojstava materijala, a to je kut sipanja materijala. Navedene su primjene kuta sipanja u rudarstvu te su opisane fizikalne i numeričke metode određivanja kuta sipanja. Fizikalne metode su metoda nagibnog stola, metoda fiksnog lijevka, metoda fiksne baze stošca, metoda cilindra i rotacijski bubanj. Numeričke metode su električna kapacitivna tomografija (ECT), metoda diskretnih elemenata (DEM) i magnetska rezonancija (MRI). Provedeno je istraživanje ponovljivosti rezultata mjerenja kuta sipanja metodom cilindra. Ispitan je kut sipanja za uzorak dolomita frakcije 2/4 s ponavljanjem od 32 puta. Kut sipanja mjeren je 3D metodom za što je bilo potrebno fotografiranje uzorka, obrada fotografija u računalnim programima Photomodeleru i Microstation Power Inroadsu, nakon čega je kut izračunat u MS Excelu. Izračunata je potrebna veličina uzorka za dopuštenu grešku procjene srednje vrijednosti od  $1,0^\circ$  uz pouzdanost od 95 % i iznosi 15 uzoraka. Izmjerena srednja vrijednost kuta sipanja dolomita je  $36,22^\circ$  sa standardnom devijacijom od  $1,98^\circ$ .

Ključne riječi: prirodni kut sipanja materijala, agregati, metoda cilindra, ponovljivost

Završni rad sadrži: 51 stranice, 4 tablica, 33 slika, 1 priloga, i 24 reference.

Jezik izvornika: hrvatski

Pohrana rada: Knjižnica Rudarsko-geološko-naftnog fakulteta, Pierottijeva 6, Zagreb

Mentori: Dr.sc. Mario Klanfar, docent RGNF

Pomagao pri izradi: Mag.ing. Vjekoslav Herceg, asistent RGNF

Ocjenjivači: Dr.sc. Mario Klanfar, docent RGNF  
Dr.sc. Dubravko Domitrović, docent RGNF  
Dr.sc. Tomislav Korman, docent RGNF

Datum obrane: 15.02.2019., Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu

METHODS OF TESTING THE ANGLE OF REPOSE AND REPEATABILITY OF RESULTS BY  
HOLLOW CYLINDER METHOD

Matilda Kopunić

Thesis completed at: University of Zagreb  
Faculty of mining, Geology and Petroleum Engineering  
Institute of Mining and Geotechnical Engineering  
Pierottijeva 6, 10 000 Zagreb

Abstract:

In this paper, emphasis is placed on one of the physical properties of the material, which is the angle of repose. The application of the angle of repose in mining is quoted and the physical and numerical methods for determining the angle of repose are described. Physical methods are tilting box method, fixed funnel method, fixed cone method, revolving cylinder method and hollow cylinder method. Numerical methods are electrical capacitance tomography (ECT), discrete element method (DEM) and magnetic resonance imaging (MRI). A survey of the repeatability of the cylinder head measurement results was carried out. The angle of repose for the sample of dolomite fraction was 2/4 with a repeat of 32 times. The angle of repose was measured using a 3D method for taking photographs, processing photographs in Photomodeler and Microstation Power Inroads, after which the angle was calculated in MS Excel. The calculation is a required sample size for a permissible average value of  $1,0^\circ$  with confidence of 95 % and is 15 samples. The measured mean value of the dolomite's angle of repose is  $36,22^\circ$  with a standard deviation of  $1,98^\circ$ .

Keywords: angle of repose, hollow cylinder method, crushed stone, repeatability

Thesis contains: 51 pages, 4 tables, 33 figures, 1 appendix, 24 references.

Original in: Croatian

Archived in: Library of Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, Pierottijeva 6, Zagreb

Supervisors: PhD Mario Klanfar, Assistant Professor

Tech. assistance: Assistant Vjekoslav Herceg, mag.ing.min.

Reviewers: Assistant Professor Mario Klanfar, PhD  
Assistant Professor Dubravko Domitrović, PhD  
Assistant Professor Tomislav Korman, PhD

Defence date: February 15, 2019, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, University of Zagreb

## SADRŽAJ

POPIS SLIKA .....	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS PRILOGA.....	III
POPIS KORIŠTENIH OZNAKA I JEDINICA .....	IV
1. UVOD .....	1
2. PRIRODNI KUT SIPANJA MATERIJALA.....	2
2.1. Statički i dinamički kut sipanja materijala.....	4
2.2. Primjena kuta sipanja materijala u rudarstvu.....	6
3. METODE MJERENJA KUTA SIPANJA MATERIJALA .....	9
3.1. Fizičke metode.....	9
3.1.1. Metoda nagibnog stola (eng. Tilting box method) .....	9
3.1.2. Metoda fiksnog lijevka (eng. Fixed funnel method).....	12
3.1.3. Metoda fiksne baze stošca (eng. Fixed cone method) .....	13
3.1.4. Metoda valjka (eng. Revolving cylinder method) .....	15
3.1.5. Metoda cilindra (eng. Hollow cylinder method) .....	18
3.2. Numeričke metode.....	21
3.2.1. Električna kapacitivna tomografija (ECT).....	21
3.2.2. Metoda diskretnih elemenata (DEM).....	24
3.2.3. Magnetska rezonancija (MRI) .....	27
4. STATISTIČKI POJMOVI .....	31
4.1. Preciznost u uvjetima ponovljivosti.....	31
4.2. Osnovni pojmovi statističke analize .....	32
4.3. Normalna (Gaussova) raspodjela.....	35
5. LABORATORIJSKO ISPITIVANJE .....	39
5.1. Uređaj .....	39
5.2. Uzorak.....	40
5.3. Opis mjerenja.....	41
6. STATISTIČKA ANALIZA .....	45
7. ZAKLJUČAK .....	48
LITERATURA .....	50

## POPIS SLIKA

Slika 2-1 Statička, kvazi-statička i dinamička faza (Lumay i dr., 2012).....	4
Slika 2-2 Pincip računanja obujma prebacivanja (Klanfar, 2014) .....	7
Slika 3-1 Nagibni stol izrađen na RGN fakultetu (Srebreniković, 2017).....	10
Slika 3-2 Metoda nagibnog stola (Srebreniković, 2017).....	10
Slika 3-3 Mehanizam klizanja niz kosinu (Bošković i Šimunović, 2013) .....	11
Slika 3-4 Mjerenje statičkog kuta sipanja metodom fiksnog lijevka (Bodhmage, 2006)....	12
Slika 3-5 Digitalna fotografija korištena za određivanje statičkog kuta sipanja aspartama (Bodhmage, 2006) .....	13
Slika 3-6 Metoda fiksne baze stošca (Montanari i dr., 2017).....	14
Slika 3-7 Poprečni presjek materijala u rotacijskom bubnju (Bodhmage, 2006).....	15
Slika 3-8 Rotacijski bubanj s klinometrom (Carrigy, 1970) .....	17
Slika 3-9 Metoda cilindra (Liu, 2008) .....	18
Slika 3-10 Određivanje kuta sipanja zrnatog materijala s manjom veličinom zrna (Kujundžić, 2010).....	19
Slika 3-11 Oprema za mjerenje dinamičkog kuta sipanja ECT metodom (Bodhmage, 2006) .....	22
Slika 3-12 ECT slika za određivanje dinamičkog kuta sipanja (Bodhmage, 2006) .....	23
Slika 3-13 DEM simulacija s različitim brzinama rotacije bubnja (Marigo, 2011) .....	25
Slika 3-14 Aktivni i pasivni dio u rotacijskom bubnju (Marigo, 2011) .....	26
Slika 3-15 DEM simulacija metodom cilindra (Roessler i Katterfeld, 2016). .....	26
Slika 3-16 Precesija spina jezgre u magnetskom polju (Žužić, 2011) .....	27
Slika 3-17 Usporedba rezultata eksperimenta i simulacije (Nakagawa i dr., 1998).....	28
Slika 3-18 Usporedba MRI rezultata i DEM simulacije za različite zaobljenosti zrna (Nakagawa i dr., 1998) .....	29
Slika 3-19 Usporedba rezultata dinamičkog kuta sipanja s obzirom na mjesto mjerenja u cilindru (Nakagawa i dr., 1998).....	30
Slika 4-1 Preciznost u uvjetima ponovljivosti (Runje, 2014).....	31
Slika 4-2 Točnost i preciznost (Runje, 2014) .....	32
Slika 4-3 Normalna ili Gaussova raspodjela (Zrno, 2011) .....	36
Slika 4-4 Interval određenosti podataka prema postotku (Zrno, 2011).....	37
Slika 5-1 Shema uređaja za mjerenje kuta sipanja metodom cilindra (Kostrić, 2018) .....	39

Slika 5-2 Mjerenje kuta sipanja na uzorku dolomitnog agregata .....	40
Slika 5-3 Obrada fotografije u Photomodeleru (Kostrić, 2018) .....	41
Slika 5-4 Brisanje slojnica hrpe materijala .....	42
Slika 5-5 Mjerenje površine gornje slojnice krnjeg stošca .....	43
Slika 5-6 Mreže slojnica i zatvaranje volumena .....	43
Slika 5-7 Volumen krnjeg stošca .....	44
Slika 6-1 Normalna (Gaussova) raspodjela vrijednosti kuta sipanja materijala .....	45

## **POPIS TABLICA**

Tablica 2-1 Kut sipanja materijala s obzirom na vlažnost materijala (Kujundžić, 2010) .....	2
Tablica 4-1 Varijabilitet statističkog skupa u odnosu na koeficijent varijacije (Papić, 2008) .....	34
Tablica 6-1 Rezultati Excel proračuna .....	46
Tablica 6-2 Određivanje potrebnog broja uzorka .....	47

## **POPIS PRILOGA**

PRILOG 1 Excel tablica s podacima provedenih ispitivanja



## POPIS KORIŠTENIH OZNAKA I JEDINICA

Oznaka	Opis	Jedinica
$D_{max}$	promjer najvećeg zrna	mm
$D_{min}$	promjer najmanjeg zrna	mm
$\varphi$	dinamički kut sipanja materijala	°
$\mu$	koeficijent trenja čestica materijala pri gibanju	-
$\varphi_0$	statički kut sipanja materijala	°
$\mu_0$	koeficijent trenja čestica materijala pri mirovanju	-
$\rho$	kut trenja materijala za vrijeme pokretanja	°
$\rho_0$	kut trenja materijala za vrijeme mirovanja	°
$V$	obujam materijala ispred noža dozera	m <sup>3</sup>
$l$	širina noža dozera	m
$h_d$	visina noža dozera	m
$c$	visina kružnog odsječka, dubina noža	m
$P_z$	jedinični obujam ili obujam po dužnom metru otkopne fronte	m <sup>3</sup>
$B_z$	širina zahvata	m
$H$	visina etaže	m
$k_r$	koeficijent rastresitosti	-
$P_{et}$	jedinični obujam zadržanog materijama po m' otkopne fronte	m <sup>3</sup>
$B$	širina etaže	m
$\alpha_e$	nagib etažne kosine	°
$F$	aktivna sila	N
$R$	sila otpora	N
$W$	težina tijela na kosini	N
$\beta_k$	kut nagiba pod kojim dolazi do klizanja tijela	°
$H_{max}$	maksimalna visina stošca	m

$r$	radijus baze stošca	m
$\alpha$	donji dinamički kut sipanja materijala	°
$\beta$	gornji dinamički kut sipanja materijala	°
$V_1$	volumen cilindra	m <sup>3</sup>
$V_2$	volumen stošca	m <sup>3</sup>
$r_1$	polumjer baze cilindra	m
$h_c$	visina cilindra	m
$h_s$	visina stošca	m
$F_r$	Freudov broj	-
$\omega$	kutna brzina	okr/min
$g$	akceleracija slobodnog pada	m/s <sup>2</sup>
$A_s$	zaobljenost zrna	-
$d_z$	promjer zrna	mm
$l_d$	dužina duže osi zrna	mm
$\bar{x}_i$	srednja vrijednost uzorka	-
$n$	ukupan broj podataka u uzorku	-
$x_i$	svaka pojedino očitana vrijednost u $n$ očitavanja	-
$R$	raspon uzorka	-
$\max(x_i)$	najveća vrijednost uzorka	-
$\min(x_i)$	najmanja vrijednost uzorka	-
$d$	devijacija za svako očitavanje	-
$\sigma$	standardna devijacija	-
$\sigma^2$	varijanca uzorka	-
$V$	koeficijent varijacije	%
$e$	baza prirodnog logaritma	2,71
$\pi$	Arhimedova konstanta	3,14
$p_i$	vjerojatnost	%
$i$	širina razreda	-
$f_i$	teorijski izračunate frekvencije	-

$f_i$	stvarne (izmjerene) frekvencije	-
$V_k$	volumen krnjeg stošca	$m^3$
$P_1$	površina donje slojnicekrnjeg stošca	$m^2$
$P_2$	površina gornje slojnice krnjeg stošca	$m^2$
$n$	potreban broj uzoraka	-
$z$	koeficijent pouzdanosti	-
$MOE$	greška procjene	-

## 1. UVOD

Svrha projektiranja u rudarstvu je odrediti optimalno rješenje vodeći se načelima racionalnosti, sigurnosti i zaštite okoliša. Kako bi se uspješno projektiralo potrebno je poznavati kemijske parametre, fizikalna i fizikalno-mehanička svojstva, geološke karakteristike mineralne sirovine i dr. Parametri koji su potrebni pri izradi rudarskih projekata određuju se laboratorijskim metodama u akreditiranim laboratorijima. U ovom radu naglasak je na fizikalnom svojstvu materijala, kutu sipanja materijala. To je kut koji nasipani materijal tvori s horizontalnom podlogom.

Svrha i cilj ovog diplomskog rada je utvrditi ponovljivost rezultata kuta sipanja materijala nakon provedenih istraživanja i opis metoda koje se koriste u određivanju kuta sipanja materijala. Istraživanje je napravljeno u Laboratoriju za rudarsku mehanizaciju i arhitektonsko građevni kamen na Rudarsko-geološko naftnom fakultetu. Obavljeno je mjerenje kuta sipanja metodom cilindra za što je korišten uređaj prenamijenjene kidalice.

## 2. PRIRODNI KUT SIPANJA MATERIJALA

Poznavanje fizikalnih svojstava materijala ima veliku važnost u organizaciji rudarskih poslova, od eksploatacije do oplemenjivanja mineralne sirovine. Fizikalna svojstva materijala su prirodni kut sipanja materijala, kut trenja materijala na različitim plohama, masa i rastresitost, granulometrijski sastav, hidrofizička svojstva, općenito stanje materijala, abrazivnost, krtost i sl. U ovom radu naglasak je na prirodnom kutu sipanja materijala.

Prirodni kut sipanja materijala (eng. angle of repose) predstavlja kut između materijala koji je sipan na gomilu i horizontalne podloge. Maksimalan kut nagiba pri kojemu gomila miruje, iznad te vrijednosti materijal počinje teći, ispod te vrijednosti materijal je stabilan. Gomila je približno stožastog oblika, a kut sipanja razlikuje se ovisno o vrsti materijala koji tvori gomilu. Parametri koji utječu na kut sipanja su glatkoća, veličina zrna, oblik, vlažnost, temperatura, sastav i stanje materijala te način sipanja. Što su veće pokretljivost materijala i visina sipanja materijala to je kut sipanja manji.

Sposobnost materijala da se drži samostalno na ravnoj podlozi i tvori oblik stošca ovisi o krupnoći, obliku i sastavu te sadržaju vlage čestica. Sitni materijal, kao glavni nositelj vlage, ima značajan utjecaj na veličinu kuta sipanja materijala. U tablici 2-1 prikazana je veličina kuta sipanja nekih materijala s obzirom na vlažnost (Kujundžić, 2010).

Tablica 2-1 Kut sipanja materijala s obzirom na vlažnost materijala (Kujundžić, 2010)

Materijal	Suh	Vlažan	Mokar
Iskopina različite krupnoće	32 °- 45 °	36 °- 48 °	30 °- 40 °
Pijesak	28 °- 35 °	30 °- 40 °	22 °- 27 °
Glina	40 °- 45 °	35 °	15 °- 20 °

Prema iskustvu veći kut sipanja imaju neklasirani materijali, to su materijali kod kojih se veličina pojedinih komada znatno razlikuje. Kriterij za svrstavanje materijala u neklasiranu skupinu je odnos maksimalnih i minimalnih komada prema:

$$\frac{D_{max}}{D_{min}} \geq 2,5 \quad (2-1)$$

Za klasirani materijal vrijedi:

$$\frac{D_{max}}{D_{min}} \leq 2,5 \quad (2-2)$$

Gdje je:

$D_{max}$  – promjer najvećeg zrna (mm)

$D_{min}$  – promjer najmanjeg zrna (mm)

Kod klasiranih materijala mjere se srednji komadi u najvećim presjecima, kod neklasiranih se mjere najveći komadi. Prirodni kut sipanja klasiranog materijal obično je od 35 ° do 45 °. Prosječni kut za drobljeni i rešetani vapnenac, bakrenu i željeznu rudu je 37 °. Kut sipanja rovnog ugljena je od 35 ° do 37 °, antracita 27 ° i koksa 40 °. Glinasti sitni pijesak ima kut sipanja oko 37 °, čisti pijesak oko 34 °, a mokri pijesak oko 22 ° (Kujundžić, 2010).

## 2.1. Statički i dinamički kut sipanja materijala

Granulirani materijal je kompleksan sustav čije ponašanje ovisi o nizu parametara, jedan od njih je stanje naprežanja. Kada skupina zrna formira hrpu u posudi, materijal se može u grubo usporediti s krutinom, ova faza predstavlja statičku fazu materijala. Kada se posuda dovoljno nagne, materijal počne teći. U toj fazi sloj zrna na površini promatra se kao tekućina. Između statičke i dinamičke faze granulirana hrpa može proći kroz kvazi-statičku fazu, slika 2-1. Ako se hrpa izloži laganoj vibraciji, zrna unutar hrpe se preslaguju i volumen hrpe polako se smanjuje. U konačnici, ako se posuda jako nagne dolazi do sudara između čestica materijala i između česticama materijala i stijenke posude, stoga se gomila ponaša kao disipativni plin (Lumay i dr. 2012).



Slika 2-1 Statička, kvazi-statička i dinamička faza (Lumay i dr., 2012)

Prirodni kut sipanja materijala mijenja se u određenim granicama ovisno o načinu sipanja. Ako se materijal sipa s veće visine imat će znatnu brzinu i bolje će sklizati po površini stošca. Taj kut predstavlja prirodni kut sipanja za vrijeme gibanja, a analitički izraz tog dinamičkog kuta je (Kujundžić, 2010):

$$tg\varphi \approx \mu \quad (2-3)$$

Gdje je

- $\varphi$  – dinamički kut sipanja materijala ( $^{\circ}$ ),
- $\mu$  – koeficijent trenja čestica materijala pri gibanju.

Korištenje znaka približne jednakosti u analitičkom izrazu kazuje da su vrijednosti približno jednake, a one se razlikuju radi izvjesnog međusobnog zahvaćanja čestica. Kut sipanja materijala može znatno varirati ovisno o uvjetima sipanja.

Sipanjem materijala s male visine, pri čemu ne dolazi do odskakanja materijala po obodu stošca postiže se maksimalni kut sipanja materijala ( $\varphi_0$ ). Taj kut odgovara koeficijentu trenja čestica materijala pri mirovanju i označava statički kut sipanja, analitički se izražava kao:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 \approx \mu_0 \quad (2-4)$$

Gdje je:

- $\varphi_0$  – statički kut sipanja materijala ( $^{\circ}$ )
- $\mu_0$  – koeficijent trenja čestica materijala pri mirovanju.

Odnos dinamičkog kuta sipanja materijala prema statičkom kutu sipanja materijala dan je izrazom (Kujundžić, 2010):

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} \approx 0,7 \quad (2-5)$$

Kut trenja materijala je kut pri kojemu materijal počne kliziti na nagnutoj površini. Kao i kod prirodnog kuta sipanja, razlikuju se kut trenja materijala i koeficijent trenja materijala za vrijeme pokretanja ( $\rho, \mu$ ) i mirovanja ( $\rho_0, \mu_0$ ). Izraz za kut trenja materijala za vrijeme pokretanja je:

$$\operatorname{tg} \rho = \mu \quad (2-6)$$

Gdje je :

- $\rho$  – kut trenja materijala za vrijeme pokretanja ( $^{\circ}$ ).
- Za vrijeme mirovanja:

$$\operatorname{tg} \rho_0 = \mu_0 \quad (2-7)$$

Gdje je:

- $\rho_0$  – kut trenja materijala za vrijeme mirovanja ( $^{\circ}$ ).



## 2.2. Primjena kuta sipanja materijala u rudarstvu

Transport materijala ima važnu ulogu u eksploataciji mineralne sirovine. Nakon miniranja stijenske mase, mineralnu sirovinu ili otkrivku transportira se s radnih na utovarno transportne etaže, zatim se različitim transportnim sustavima vodi do oplemenjivačkog postrojenja. Jedan od najekonomičnijih transporta je gravitacijski transport, u kojemu se materijal prebacuje s viših na niže etaže korištenjem sile teže. Koristi se u većini površinskih kopova tehničko-građevnog kamena u Republici Hrvatskoj. Najčešće primjenjivani strojevi u gravitacijskom transportu su bager ili dozer.

Prema Klanfaru (2014) kut sipanja materijala koristi se pri proračunu volumena materijala ispred noža dozera, koji je nadalje potreban za proračun satnog učinka dozera. Obujam se računa prema sljedećem izrazu :

$$V = l \cdot \left( \frac{h_d^2}{2tg\varphi} + 0,698 \cdot h_d \cdot c \right) \quad (2-8)$$

Gdje je:

- $V$  – obujam materijala ispred noža dozera ( $m^3$ ),
- $l$  – širina noža dozera (m),
- $h_d$  – visina noža dozera (m),
- $\varphi$  – kut sipanja materijala ( $^\circ$ ),
- $c$  – visina kružnog odsječka, dubina noža (m).

Količina stijenskog materijala predstavlja specifičan problem u gravitacijskom transportu. Prebacivanjem ili preguravanjem materijala na niže etaže dio stijenskog materijala ne spušta se do osnovnog platoa, nego se zadrži na etažama, taj obujam potrebno je višestruko prebacivati. Prema slici 2-2, ciljana stijenska masa je u gornje tri etaže kopa (3, 4 i 5), na svakoj etaži iskopom se zahvaća neka širina  $B_z$ , s početkom na gornjoj etaži 5 i završetkom na etaži 3. Jedinični obujam prebacivanja stijenske mase po m' s najviše etaže računa se prema:

$$P_z = B_z \cdot H \cdot k_r \quad (2-9)$$

Gdje je:

- $P_z$  – jedinični obujam ili obujam po dužnom metru otkopne fronte ( $m^3$ ),

$B_z$  – širina zahvata (m),

$H$  – visina etaže (m),

$k_r$  – koeficijent rastresitosti.

Jedinični obujam prebacivanja niže etaže jednak je zbroju obujma iskopa te etaže i obujma materijala koji je zadržan od pregurivanja s višeležećih etaža:

$$P_z + P_{et} \quad (2-10)$$

Obujam zadržanog materijala na nižoj etaži ovisi o širini berme, nagibu etažne kosine i kutu sipanja materijala:

$$P_{et} = \frac{B^2}{4} \cdot \left( \sin 2\varphi + \frac{1 - \cos 2\varphi}{\operatorname{tg}(\alpha_e - \varphi)} \right) \quad (2-11)$$

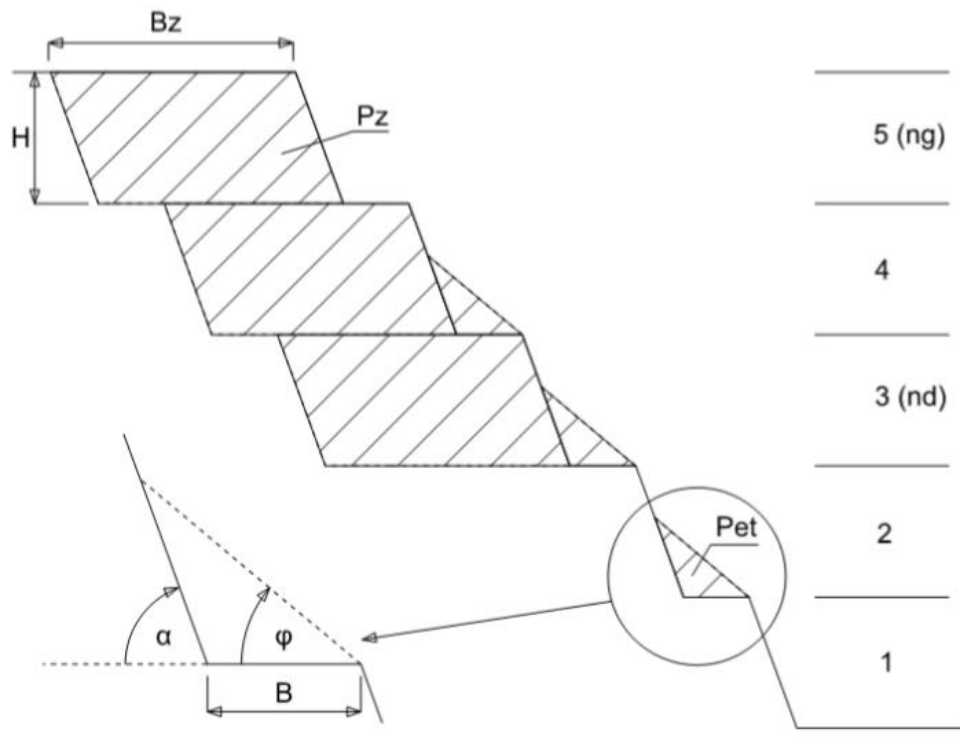
Gdje je :

$P_{et}$  – jedinični obujam zadržanog materijala po m' otkopne fronte (m<sup>3</sup>),

$B$  – širina etaže (m),

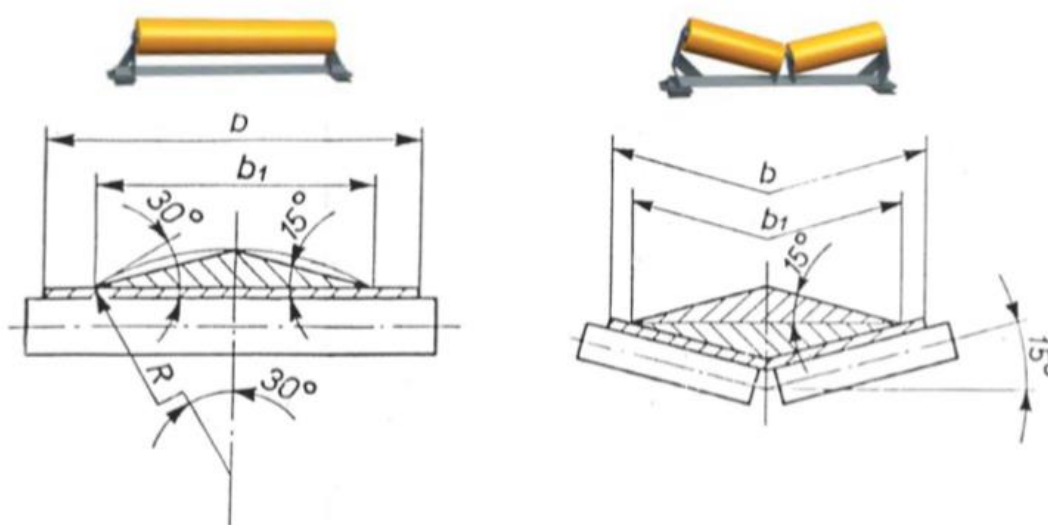
$\alpha_e$  – nagib etažne kosine (°)

$\varphi$  – kut sipanja materijala (°).



Slika 2-2 Pincip računanja obujma prebacivanja (Klanfar, 2014)

Kut sipanja materijal važan je i pri projektiranu transportnih traka. Kut sipanja materijala na transportnoj traci u mirovanju je za  $5^\circ$  do  $15^\circ$  manji od prirodnog kuta sipanja materijala. Kapacitet transportnih traka ovisi o širini trake, kutu nagiba bočnih strana trake i horizontalnog dijela trake, dinamičkom kutu sipanja materijala te brzini kretanja trake. Poprečni presjek transportera s beskonačnom trakom prikazan je na slici 2-3. Dinamički kut materijala na traci ovisi najviše o trenju između materijala i površine trake, načinu na koji je materijal natovaren i geometriji transportne trake (Gaura, 2018).



Slika 2-3 Poprečni presjek transportera s beskonačnom trakom (Korman, n.d. )

Statički kut sipanja materijala važan je kod odlaganja mineralne sirovine i jalovine. Kut utječe na stabilnost deponija, osim njega važni su i parametri granulacije materijala, kapacitet deponija i sigurnosna udaljenost od kotrljajućeg kamenja.

Vremenski ciklus utovara materijala utovarivačem ovisi o kutu sipanja materijala. Veći je učinak utovarivača kod materijala s velikim kutom sipanja, jer utovarna lopata prelazi manju putanju da bi postigla veći koeficijent punjenja. Dakle kut sipanja ima utjecaj na koeficijent punjenja lopate, na duljinu zahvata lopate i vrijeme utovara. Što je koeficijent punjenja lopate veći, a duljina zahvaćanja manja produktivnost će biti bolja i troškovi transporta manji (Gaura, 2018).

### **3. METODE MJERENJA KUTA SIPANJA MATERIJALA**

Analogno definiciji kuta sipanja materijala, metode mjerenja odabiru se na osnovi prethodno određenih ciljeva za određeni materijal i primjenu. U literaturi su dostupne različite metode i smjernice, no one nisu standardizirane i nepromjenjive. U opisanim metodama korišteni su različiti instrumenti, veličine i mjerila. Opisane su fizičke i numeričke metode mjerenja kuta sipanja materijala (Beakawi i Baghabra, 2018).

#### **3.1. Fizičke metode**

Statički kut sipanja materijala određuje se fizičkim metodama fiksnog lijevka i metodom cilindra. Dinamički kut sipanja materijala može se dobiti metodom nagibnog stola i metodom rotacijskog bubnja.

##### **3.1.1. Metoda nagibnog stola (eng. Tilting box method)**

Metoda nagibnog stola pogodna je za mjerenje kuta sipanja nekohezivnih materijala veličine čestica manje od 10 mm (Beakawi i Baghabra, 2018).

Nagibni stol (eng. tilt table) je uređaj kojim se mjeri nagib pod kojim uzorak tla, stijene ili drugog materijala otkliže s plohe stola. Sastoji od pomične ploče koja je s jedne strane pričvršćena za podlogu, dok je nasuprotna strana ploče slobodna čime je omogućena rotacija jedne strane ploče u vertikalnom smjeru do 90°. Nagib ploče, u ovoj izvedbi nagibnog stola, mijenja se finim vijkom koji je smješten na stražnjoj strani aparature. Kada je ploča u horizontalnoj ravnini na nju se stavlja kutija koja može biti različitih dimenzija. Granulirani materijal smješta se na dno kutije koja treba sadržavati barem jednu prozirnu stranu. Zatim se kontinuirano mijenja nagib stola sve dok uzorak ne klizne. Kut pod kojim je uzorak kliznuo se izmjeri kutomjerom nagiba ili pomoću kutomjera za crtanje i on predstavlja kut sipanja materijala. Opisani nagibni stol izrađen je na Rudarsko-geološko-naftnom fakultetu u Geotehničkom laboratoriju i prikazan je na slici 3-1 (Srebreniković, 2017).



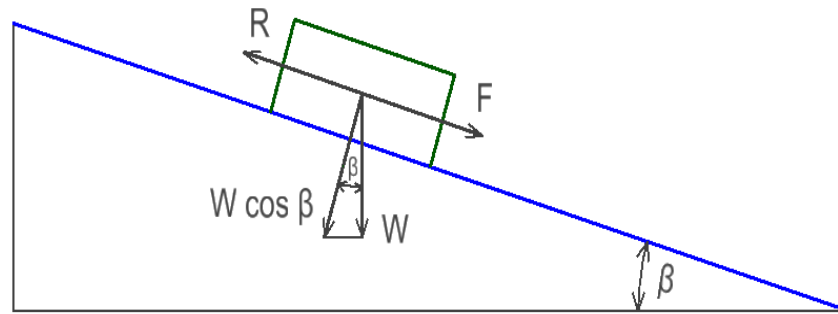
Slika 3-1 Nagibni stol izrađen na RGN fakultetu (Srebreniković, 2017)

Metoda nagibnog stola koristi se i za određivanje kontaktnog kuta trenja materijala, što više daje preciznije podatke o kontaktnom kutu trenja između dva materijala, nego o kutu sipanja materijala (Beakawi i Baghavra, 2018). Kut sipanja materijala veći je kada se u pokusu koristi posuda manjih dimenzija i veća visina materijala, također kut sipanja raste s porastom veličine frakcije materijala. Slika 3-2 prikazuje ispitivanje kuta sipanja materijala metodom nagibnog stola (Srebreniković, 2017).



Slika 3-2 Metoda nagibnog stola (Srebreniković, 2017)

Mehanizam rada nagibnog stola jednak je mehanizmu klizanja niz kosinu, koji je prikazan na slici 3-3. Prema statičkim uvjetima kut sipanja materija određen je izjednačenjem sile koja djeluje na tijelo i želi ga pomaknuti niz kosinu ( $F$ ) i sile koja se opire i sprječava gibanje niz kosinu ( $R$ ) (Bošković i Šimunović, 2013).



Slika 3-3 Mehanizam klizanja niz kosinu (Bošković i Šimunović, 2013)

Odnos sila prikazan je jednažbom (Bošković i Šimunović, 2013):

$$F = R, \quad (3-1)$$

$$F = W \sin \beta, \quad (3-2)$$

$$R = W \cos \beta \operatorname{tg} \varphi, \quad (3-3)$$

$$W \sin \beta_k = W \cos \beta \operatorname{tg} \varphi \quad (3-4)$$

$$\operatorname{tg} \beta_k = \operatorname{tg} \varphi, \quad (3-5)$$

$$\beta_k = \varphi \quad (3-6)$$

Gdje je:

$F$  – aktivna sila (N),

$R$  – sila otpora (N),

$W$  – težina tijela na kosini (N),

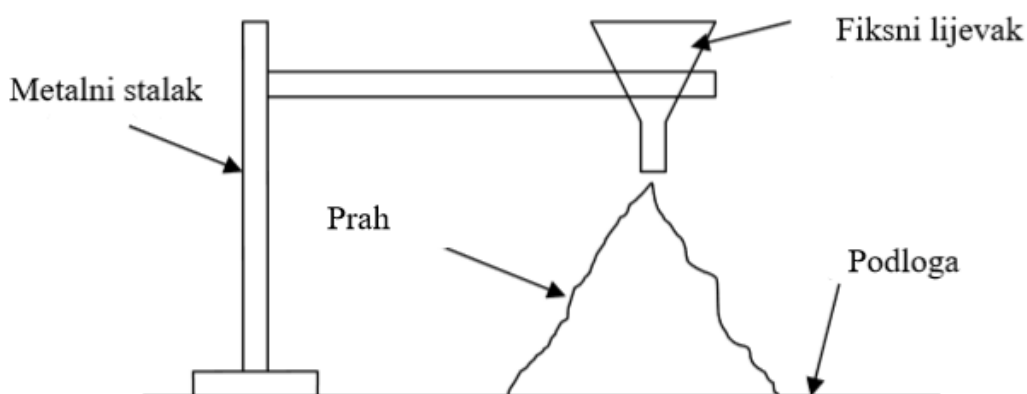
$\beta_k$  – kut nagiba pod kojim dolazi do klizanja tijela ( $^\circ$ ),

$\varphi$  – kut sipanja materijala ( $^\circ$ ).

### 3.1.2. Metoda fiksnog lijevka (eng. Fixed funnel method)

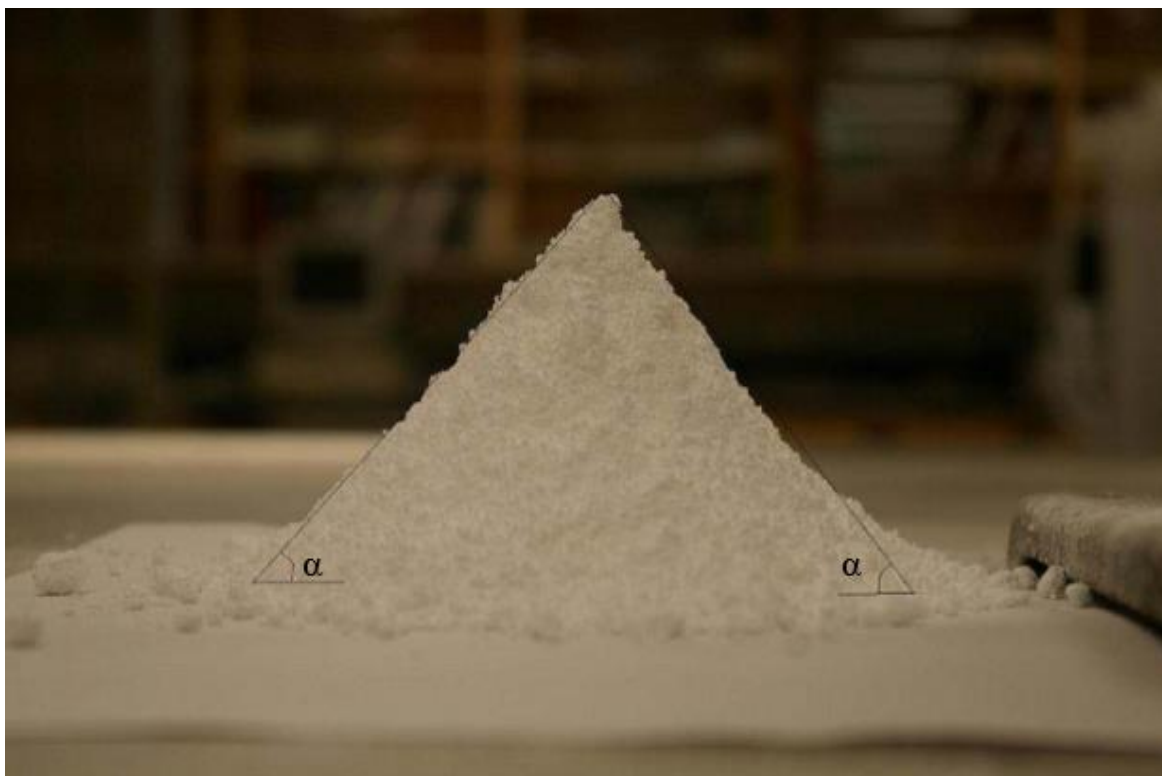
Dvije su metode u kojima se koristi lijevak za određivanje kuta sipanja materijala. Metoda fiksnog lijevka (eng. Fixed funnel method) i metoda fiksne baze stošca (eng. Fixed cone method).

Za primjer mjerenja kuta sipanja metodom fiksnog lijevka naveden je pokus autora Bodhmagea. Uređaj se sastoji se od staklenog konusnog lijevka pričvršćenog na metalni stalak kako je prikazano na slici 3-4. Promjer otvora lijevka je 0,9 cm, a udaljenost otvora od podloge je 6 cm prema ISO 3435/1 standardu (eng. International Organization for Standardization). Zatim se zatvori ispust lijevka i u lijevak se stavi 200 g uzorka praha. Čim se ispust otvori, materijal počne teći i na podlozi formira gomilu oblika stošca. Postupak je ponovljen četiri puta za svaki uzorak praha aspartama i izračunata je srednja vrijednost kuta sipanja od 52 °. Aspartam je umjetni zaslađivač koji se koristi kao zamjena šećera u nekoj hrani i piću.



Slika 3-4 Mjerenje statičkog kuta sipanja metodom fiksnog lijevka (Bodhmage, 2006)

Ispred lijevka je pozicionirana digitalna kamera, koja stvara digitalne fotografije uzorka. Snimljene fotografije analizirane su u računalnom programu za određivanje statičkog kuta sipanja materijala, Scion image. Na slici 3-5 prikazana je digitalna fotografija uzorka aspartama koja je korištena u izračunu statičkog kuta sipanja (Bodhmage, 2006).



Slika 3-5 Digitalna fotografija korištena za određivanje statičkog kuta sipanja aspartama (Bodhmage, 2006)

### 3.1.3. Metoda fiksne baze stošca (eng. Fixed cone method)

Proces mjerenja kuta sipanja metodom fiksne baze stošca radi se izlivanjem granuliranog materijala iz lijevka s određene visine na odabranu bazu s poznatim svojstvima hrapavosti. Lijevak može biti fiksna ili se podizati polako stvarajući konusan oblik hrpe materijala, kako bi se smanjio efekt padanja čestica. Sipanje materijala se zaustavlja kada hrpa dostigne predodređenu visinu ili širinu. Izmjere se vrijednosti radijusa hrpe ( $r$ ) i maksimalna visina stošca ( $H_{max}$ ) te se pravilom inverznog tangensa izračuna vrijednost kuta sipanja materijala. Prema sljedećoj formuli (Beakawi i Baghavra, 2018):

$$\arctg(\varphi_0) = \frac{H_{max}}{r} \quad (3-7)$$

Gdje je:

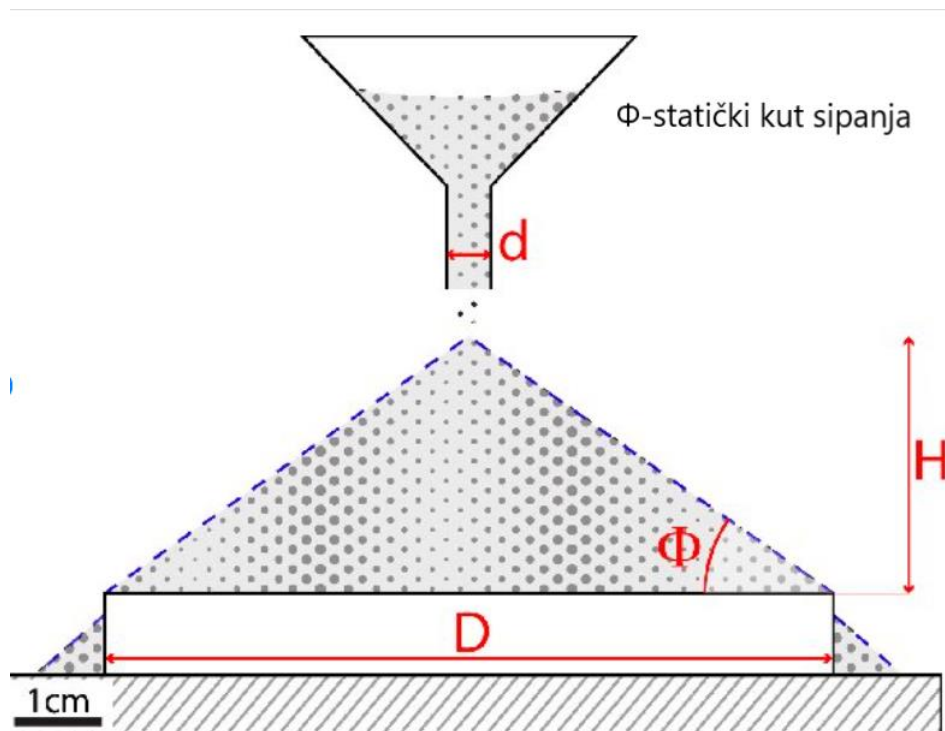
$\varphi_0$  – statički kut sipanja materijala (°),

$H_{max}$  – maksimalna visina stošca (m),

$r$  – radijus baze stošca (m).



Metoda fiksne baze stošca koristi se kod određivanja kuta sipanja praha koji se primjenjuje u lijevanju željeza. Masa praha standardizirana je i iznosi približno 454 g, uzorak mora biti homogen i reprezentativan. Udaljenost ispusta lijevka i podloge fiksira se na otprilike 3,81 cm. Prah se kontinuirano sipa sve dok stožac ne dosegne unaprijed određenu visinu, nakon toga mjeri se promjer stošca. Pokus se ponavlja tri puta i uzima se srednja vrijednost tih mjerenja. Zatim se prema formuli izračuna kut sipanja materijala (Beakawi i Baghavra, 2018). Na slici 3-6 prikazan je princip mjerenja kuta sipanja metodom fiksne baze stošca.

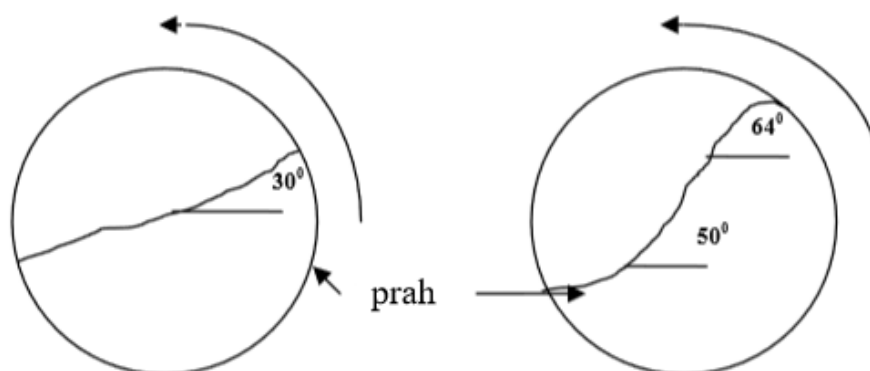


Slika 3-6 Metoda fiksne baze stošca (Montanari i dr., 2017)

### 3.1.4. Metoda valjka (eng. Revolving cylinder method)

Metoda valjka koristi se za određivanje dinamičkog kuta sipanja materijala, koji je uobičajeno manji od statičkog kuta sipanja za najmanje od  $3^\circ$  do  $10^\circ$  i često se odnosi na pojavu segregacije granuliranih materijala.

U cilindar s bazom od providnog materijala stavi se ispitni materijal, zatim se cilindar vrti stalnom zadanom brzinom. Dinamički kut sipanja na poklopcu rotirajućeg cilindra veći je za  $5^\circ$  od dinamičkog kuta u ostalom dijelu cilindra, zbog utjecaja kontaktnog trenja materijala. Povećanjem brzine rotacije cilindra linearno se povećava i dinamički kut sipanja materijala. Kako brzina rotacije cilindra raste, nagnuta plošna površina materijala ima tendenciju formiranja površine u obliku slova S kako je prikazano na slici 3-7. Dinamički kut sipanja povećava se povećanjem omjera čestica prema veličini bubnja, dok brzina rotacije i stupanj ispunje imaju krajnji utjecaj na rezultate testa (Beakawi i Baghavra, 2018).



Slika 3-7 Poprečni presjek materijala u rotacijskom bubnju (Bodhmag, 2006)

Liu i dr.(2005) mjerili su dinamički kut sipanja staklenih perli različitih veličina čestica i različitih dimenzija bubnjeva. Pretpostavljeno je da je dinamički kut sipanja približno jednak prosječnoj vrijednosti donjeg i gornjeg dinamičkog kuta sipanja u rotirajućem bubnju. Gornji dinamički kut sipanja predstavlja kut pri kojemu se posteljica granuliranog materijala u bubnju ne počne sipati, dok se donji dinamički kut sipanja odnosi na kut materijala nakon zaustavljanja rotacijskog bubnja. Pretpostavljeno je da su ta dva kuta neovisna i da između njih postoji linearna korelacija. Predložena linearna korelacija je uspoređena na četrnaest različitih materijala, neki od njih su šljunak, p eleti gnojiva, čelične kuglice, čelični cilindri itd. Veličine čestica korištenih materijala su od 0,35 mm do 15 mm. Rezultati mjerenja i predviđenog dinamičkog kuta su se podudarali. Stoga je zaključeno da je potrebno poznavati

samo jedan kut, npr. gornji, kako bi se izračunao onaj drugi, donji dinamički kut, potom i dinamički kut sipanja materijala:

$$\varphi = \frac{\alpha + \beta}{2} \quad (3-8)$$

Gdje je :

$\alpha$  – donji dinamički kut sipanja materijala ( $^{\circ}$ )

$\beta$  – gornji dinamički kut sipanja materijala ( $^{\circ}$ )

Kada je  $\beta > 25^{\circ}$  vrijedi linearna korelacija:

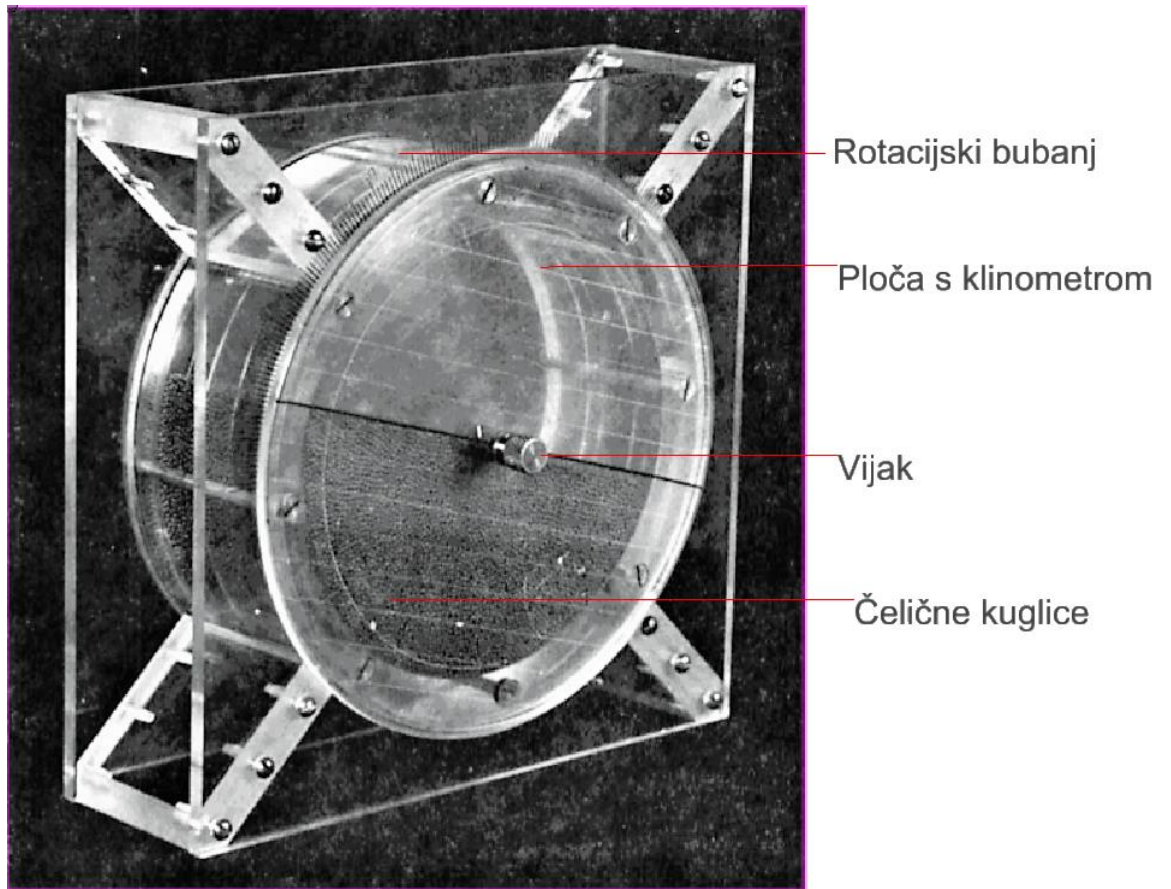
$$\alpha = 0,65\beta + 8,75^{\circ} \quad (3-9)$$

U literaturi se gornji dinamički kut još nalazi pod pojmom kritični kut sipanja materijala (eng. critical angle of repose), a donji dinamički kut kao kut mirovanja (eng. angle of rest) (Beakawi i Baghavra, 2018).

Carrigy (1970) je koristio rotacijski bubanj za određivanje kuta sipanja olovnih kuglica. Kut je mjereno klinometrom, kako je prikazano na slici 3-8. Rotacijski bubanj sastojao se od vodonepropusnog cilindra, postolja i klinometra, a veličina bubnja bila je uvjetovana veličinom čestica granuliranog materijala koji se ispitivao. Opisan je postupak mjerenja dinamičkog kuta sipanja materijala u rotacijskom bubnju s klinometrom.

1. Granulirani materijal sipa se u cilindar do polovine ili tri četvrtine ispunje.
2. Pokrije se tekućinom ako je potrebno, zatvoriti pomoću vijka na stražnjoj strani ploče.
3. Cilindar se zarotira nekoliko puta kako bi se materijal dobro izmiješao.
4. Bubanj se zaustavi i na prednju stranu cilindra pričvrsti se ploča klinometra.
5. Klinometar se podesi tako da gornja linija materijala bude u ravnini s glavnim linijama klinometra.
6. Zatim se cilindar počne rotirati sve dok granulirani materijal ne počne teći.
7. Zaustavi se rotacija i zabilježi se kut ( $\beta$ ).
8. Opusti se vijak klinometra i zabilježi kut nagiba površine granuliranog materijala nakon zaustavljanja sipanja materijala ( $\alpha$ ).

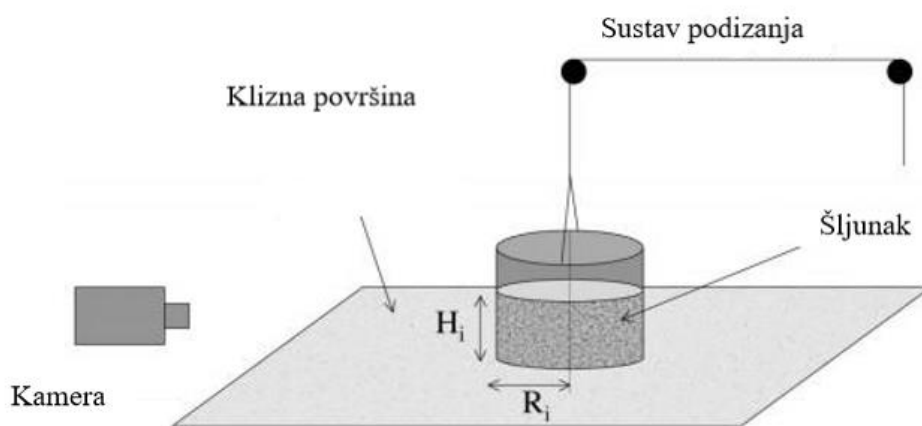
9. Vijak se zategne i cilindar se opet rotira dok materijal ne počne teći, koraci 6,7 i 8 ponavljaju se određeni broj puta.



Slika 3-8 Rotacijski bubanj s klinometrom (Carrigy, 1970)

### 3.1.5. Metoda cilindra (eng. Hollow cylinder method)

Jedna od često primjenjivane laboratorijske metode određivanja statičkog kuta sipanja materijala je metoda cilindra. U šuplji cilindar određene visine i promjera stavlja se ispitni materijal, koji je u dodiru s podlogom. Na veličinu kuta sipanja materijala utječe hrapavost podloge, pretpostavka je da će gomila na hrapavoj površini imati veći kut sipanja. Cilindar se podiže jednolikom brzinom i materijal počne teći na podlogu stvarajući hrpu oblika stošca, kako je prikazano na slici 3-9. Zatim se mjeri kut nagiba boka stošca koji predstavlja statički kut sipanja materijala (Liu, 2008).



Slika 3-9 Metoda cilindra (Liu, 2008)

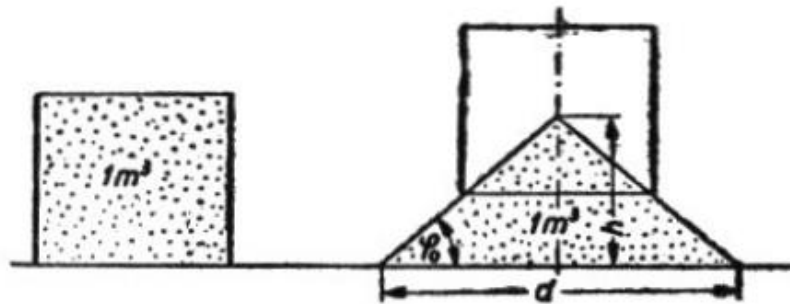
Jednostavnim mjerenjem kuta nagiba boka stošca geometrijskim kutomjerom, dobiju se rezultati koji su zadovoljavajući za laboratorijsku upotrebu mjerenja kuta sipanja materijala.

Kut se također može izmjeriti metodom 2D fotografije, digitalnim fotoaparatom ili kamerom se zabilježi fotografija okomito na vertikalnu os uzorka. Zabilježena fotografija obrađuje se u jednom od računalnih programa, danas postoje deseci programa namijenjenih za obradu digitalne fotografije, njihovi alati mogu dovoljno precizno izmjeriti kut sipanja.

Nešto složenija je 3D metoda za koju su također potrebni digitalna kamera i software za obradu podataka. Zabilježe se dvije snimke s različitih stajališta tako da se snimke preklapaju čime se dobije subjektivni osjet trodimenzionalnog prostora, ta metoda naziva se stereoskopija. Njome se određuju trodimenzionalne koordinate prostora ili objekta

promatranjem stereoparova ili više snimaka. Prednost 3D metode je što se njom dobije prosječni kut sipanja cijele gomile, čime je omogućeno mjerenje kuta sipanja stvarnih gomila materijala što čini veliku prednost u odnosu na ostale načine mjerenja (Kostrić, 2018).

Jednostavan način određivanja kuta sipanja zrnatog materijala s manjom veličinom zrna prikazan je na slici 3-10. Materijal se sipa u cilindar visine 1 m i površine poprečnog presjeka  $1 \text{ m}^2$ . Zatim se cilindar polako podiže i na podlozi se stvara hrpa koja tvori oblik stošca (Kujundžić, 2010).



Slika 3-10 Određivanje kuta sipanja zrnatog materijala s manjom veličinom zrna (Kujundžić, 2010)

Kut nagiba boka stošca računa prema sljedećem izvodu.

Volumen cilindra :

$$V_1 = r_1^2 \cdot \pi \cdot h_c = 1 \text{ m}^3 \quad (3-10)$$

Volumen stošca:

$$V_2 = \frac{r^2}{3} \cdot \pi \cdot h_s = 1 \text{ m}^3 \quad (3-11)$$

Gdje je :

$V_1$  – volumen cilindra ( $\text{m}^3$ ),

$V_2$  – volumen stošca ( $\text{m}^3$ ),

$r_1$  – polumjer baze cilindra (m),

$r$  – polumjer baze stošca (m),

$h_s$  – visina stošca (m),

$h_c$  – visina cilindra (m).

Pretpostavlja se da su gustoća materijala u cilindru i gustoća nasipanog materijala jednake:

$$V_1 = V_2 \quad (3-12)$$

$$r_1^2 \cdot \pi \cdot h_c = \frac{r^2}{3} \cdot \pi \cdot h_s \quad (3-13)$$

Pošto je površina poprečnog presjeka cilindra  $1 \text{ m}^2$ , a visina stošca  $1 \text{ m}$ , vrijedi jednakost:

$$\frac{r^2}{3} \cdot \pi \cdot h_s = 1$$

Prema pravilu arctg vrijedi:

$$\text{tg} \varphi_0 = \frac{h_s}{r} \quad (3-13)$$

$$r = \frac{h_s}{\text{tg} \varphi_0}$$

Uvrštavanjem se dobije:

$$\left( \frac{h_s}{\text{tg} \varphi_0} \right)^2 \cdot \pi \cdot h_s = 3$$

$$\text{tg}^2 \varphi_0 = \frac{\pi}{3} \cdot h_s^3$$

$$\text{tg} \varphi_0 = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot \sqrt{h_s^3}$$

Vrijednost pod korijenom,  $\sqrt{\frac{\pi}{3}}$  iznosi  $1,0233267$  i zaokružena je na  $1$ . Na kraju se dobije izraz preko kojega se izračuna kut nagiba boka stošca.

$$\text{tg} \varphi_0 \approx \sqrt{h_s^3} \quad (3-14)$$

### 3.2. Numeričke metode

Razvojem tehnologije razvijeni su sustavi za simulaciju tečenja materijala, čime se omogućava bolje razumijevanje procesa u kojima su čestice materijala, proizvodne sposobnosti i kvaliteta proizvoda. Modeliranje se može koristiti kod mnogih procesa u rudarstvu, npr. pražnjenje silosa, spremnika ili vagona, ponašanje materijala u aerociklonima, hidrociklonima i transportnim trakama itd. U nastavku su opisane tri numeričke metode koje se koriste za određivanje i simulaciju kuta sipanja materijala, metoda diskretnim elemenata DEM (eng. discrete element method), električna kapacitivna tomografija ECT (eng. electrical capacitance tomography) i magnetska rezonancija MRI (eng. magnetic resonance imaging).

ECT i MRI su metode pomoću kojih se snima stvarna hrpa materijala i korištenjem numeričkih metoda stvaraju sliku predmeta. DEM je numerička metoda za simulaciju koja koristi ulazne parametre materijala kako bi simulirala ponašanje materijala te tako odredila kut.

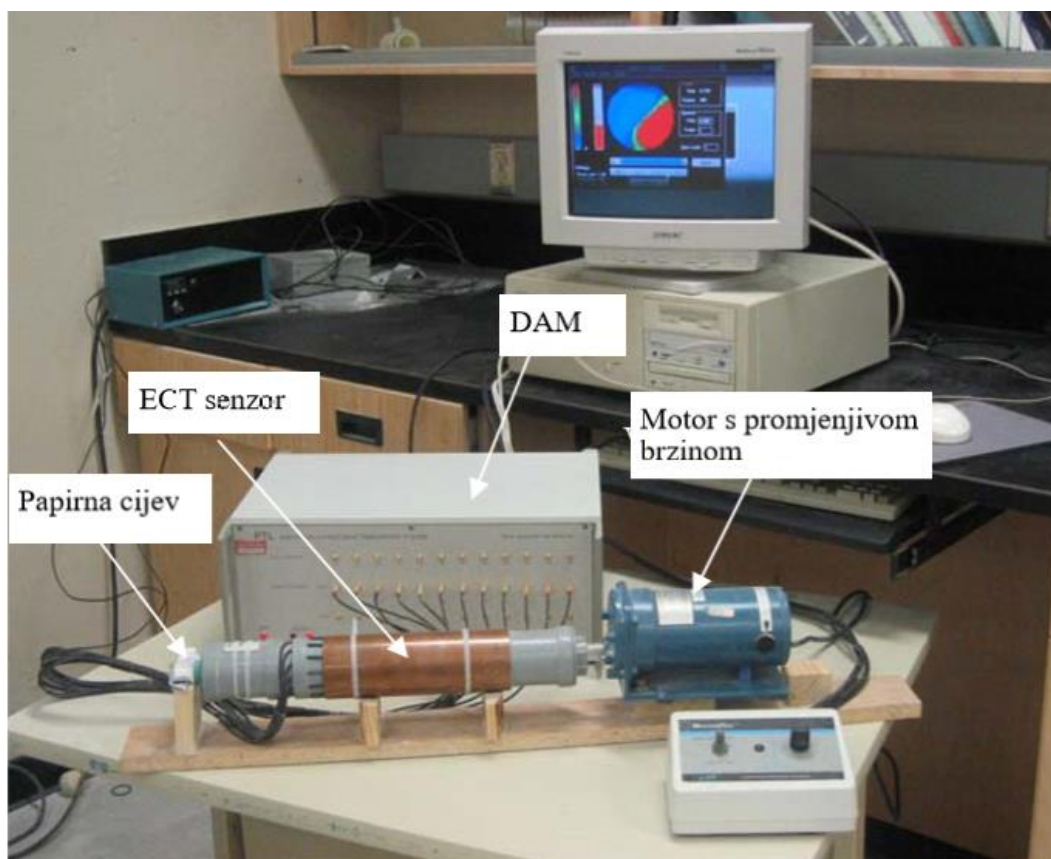
#### 3.2.1. Električna kapacitivna tomografija (ECT)

Električna kapacitivna tomografija je neinvazivna metoda određivanja dinamičkog kuta sipanja materijala. Temelji se na razlici permitivnosti ili dielektričnoj konstanti zraka i granuliranog materijala. ECT daje sliku poprečnog presjeka procesne posude na temelju brzog mjerenja električnog kapaciteta između svih jedinstvenih kombinacija elektroda omotanih oko cilindra. Podaci o kapacitivnosti pretvaraju se u distribuciju permitivnosti preko zadanog poprečnog presjeka. Obradom tih veličina dobiju se prostorne informacije čime se dobiju slike poprečnog presjeka.

Bodhimage (2006) je izveo mjerenje kuta sipanja ECT metodom, nedostatak korištenja opreme za mjerenje kuta sipanja materijala bilo je uvijanje vodiča od senzora do modula za prikupljanje podataka. U cijev senzora umetnuta je cijev papirnatog ručnika promjera 4 cm i dužine 31 cm, os cijevi papira koncentrično je poravnata s osi senzorske cijevi. Fino zrnati papir zalijepljen je u unutrašnjoj strani papira kako bi se spriječilo klizanje praha. Kako ECT senzor nije prepoznao papirnu cijev omogućen je vidljiv protok u cijevi. Zatim je cilindar napunjen praškastim materijalom do 30 % njegova volumena, a krajevi horizontalnog

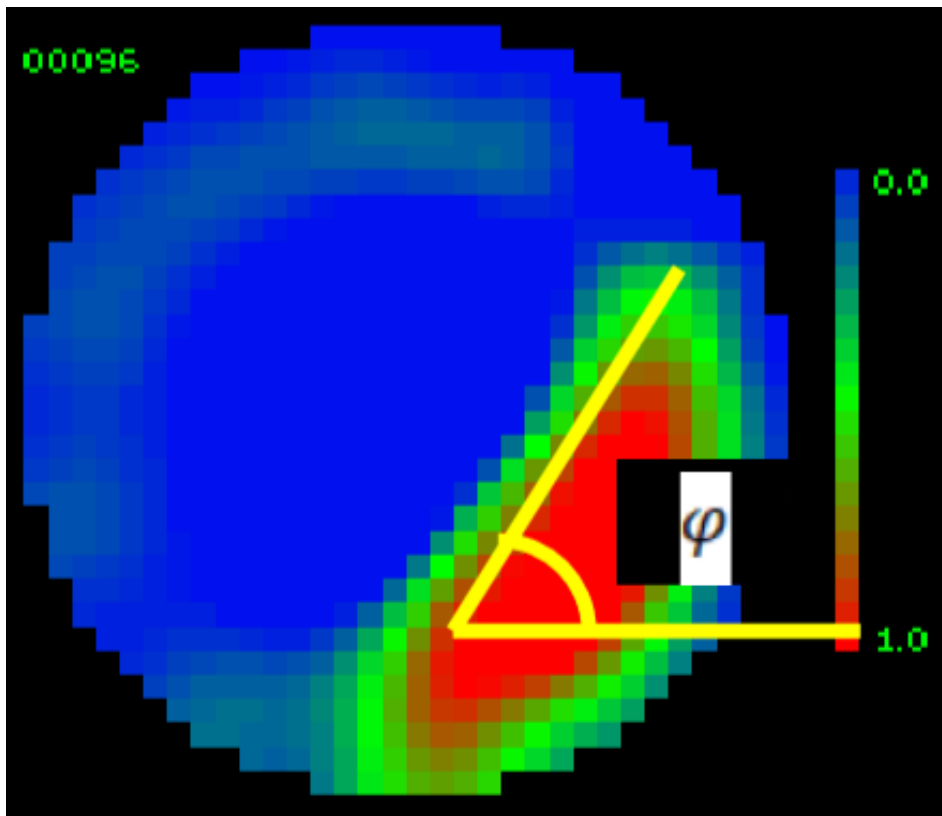


cilindra zatvoreni su gumenim kapicama. Kako je prikazano na slici 3-11, jedan kraj cilindra povezan je s motorom promjenjive brzine, a drugi kraj postavljen je na drvenu podlogu. Preko DAM-a (eng. digital asset management) je postignuto pretvaranje podatkovnog objekta u digitalni predmet. Prikupljani su različiti setovi podataka ovisno o brzini vrtnje motora, od 10 okretaja u minuti do 90 okretaja u minuti.



Slika 3-11 Oprema za mjerenje dinamičkog kuta sipanja ECT metodom (Bodhimage, 2006)

ECT slike prikupljene su za 15 sekundi, brzinom od 100 sličica u sekundi ili 100 Hz. Kut sipanja mjereno je pomoću računalnog programa za analizu slika Scion Image. Slike su zatim unesene u računalni program Platypus Animator koji stvara film datoteku sekvenciranjem pojedinačnih slika. ECT daje sliku poprečnog presjeka senzorskog cilindra uklanjajući učinak na krajevima kapica. Na slici 3-12 prikazan je primjer slike ECT-a korišten za određivanje dinamičkog kuta sipanja materijala (Bodhimage, 2006).



Slika 3-12 ECT slika za određivanje dinamičkog kuta sipanja (Bodhimage, 2006)

### 3.2.2. Metoda diskretnih elemenata (DEM)

Cundall i Strack objavili su 1979. godine metodu diskretnih elemenata u kojima je sustav čestica modeliran kao sklop pojedinačnih diskretnih i interaktivnih čestica. DEM metoda može pružiti uvid u mehanizme koji reguliraju protok čestica, stoga se koristi za optimizaciju procesa miješanja jer je moguće izračunati kompletnu putanju svake čestice u odnosu na druge čestice. Makroskopsko ponašanje čestica određeno je mikroskopskim interakcijama između samih čestica i između čestica i stijenke cilindra. Put i brzina svake čestice računaju se u diskretnim vremenskim koracima, tako da se dobiju informacije o učestalosti sudara i trajanju kontakta sudarenih čestica. Kretanje posteljice materijala iz stanja mirovanja u stanje tečenja daje mjeru disperzije i otkriva mehanizme protoka i miješanja u mjerilu, što je vrlo teško postići eksperimentalnim sredstvima.

Opisana DEM simulacija izvedena je pomoću komercijalnog paketa EDEM, koji se temelji na izvornom algoritmu koji su predložili Cundall i Strack. Komercijalni kod kao što je EDEM uključuje jako grafičko korisničko sučelje (GUI), koje se povezuje s programskim paketom za crtanje CAD-om. Modeliranje u DEM-u pruža uvid u mehanizme koji reguliraju protok materijala i to ga čini moćnim alatom za optimizaciju brojnih industrijskih procesa. Svaka čestica smatra se diskretnim elementom, a skupno mehaničko ponašanje sklopa povezano je s individualnim česticama i njihovim međudjelovanjem. Vrijednost DEM-a dokazana je širokim rasponom aplikacija koje se nalaze u raznim literaturama. U rotacijskom bubnju učinkovito je radijalno miješanje materijala, a veća brzina rotacije poboljšava učinak miješanja. Povećanjem brzine rotacije poprečna miješanja su pojačana dok su aksijalna miješanja smanjena.

Za granulirani materijal u rotacijskom bubnju definirani su različiti tipovi poprečnih gibanja, ovisno o brzini rada može biti klizanje, valjanje, kaskadno kretanje i centrifugiranje. Kriterij za njihovo definiranje je Freudov broj:

$$F_r = \frac{\omega^2 r}{g} \quad (3-15)$$

Gdje je:

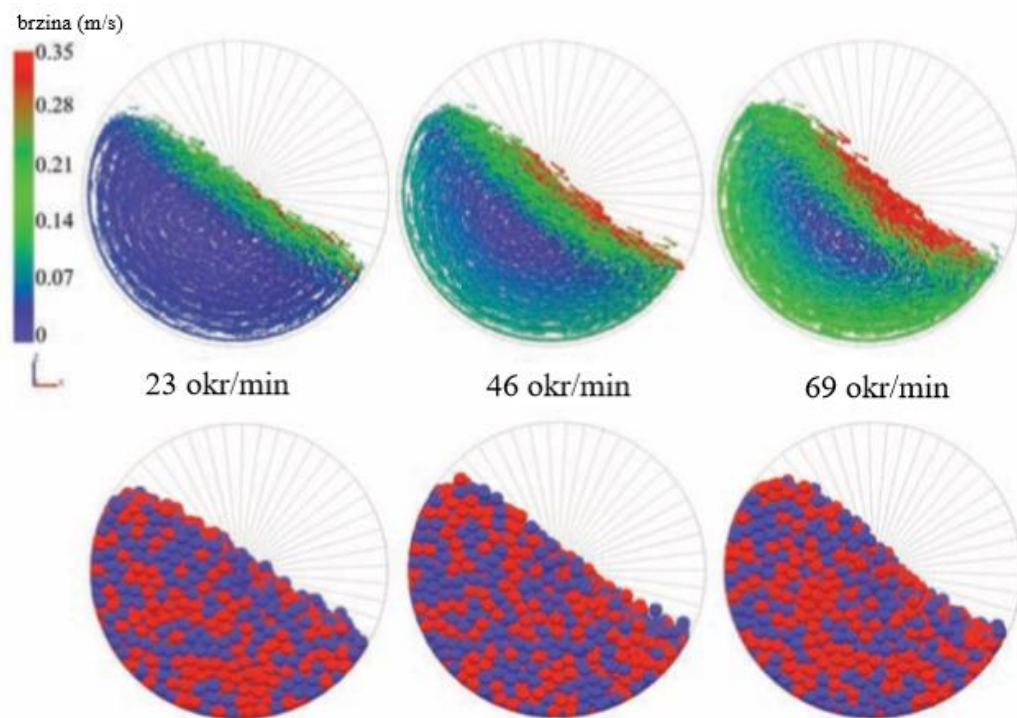
$F_r$  – Freudov broj,

$\omega$  – kutna brzina (okr/min),

$r$  - promjer cilindra (m)

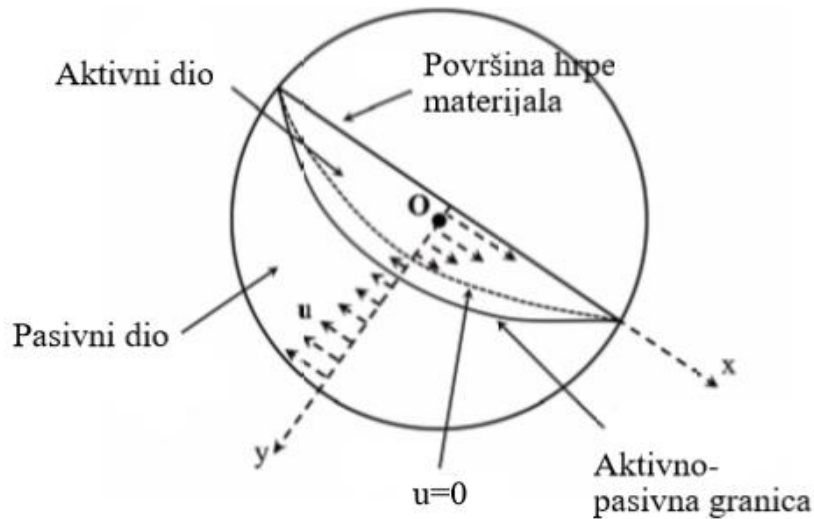
$g$  – akceleracija slobodnog pada ( $m/s^2$ )

Freudov broj za rotacijski bubanj koji je ispunjen više od 10 % i u kojemu se materijal kreće valjanjem, uobičajeno je  $10^{-4} < Fn < 10^{-2}$ , za kaskadno kretanje  $10^{-3} < Fn < 10^{-1}$ . U opisanom mjerenju Freudeov broj bio je  $1,3 \cdot 10^{-2}$  za 23 okretaja u minuti i  $1,2 \cdot 10^{-1}$  za 69 okretaja u minuti. Kretanje posteljice materijala bilo je između valjanja i kaskadnog kretanja. U kaskadnom kretanju materijal unutar rotacijskog bubnja se nagine i tvori površinu u obliku slova S. Na slici 3-13 prikazana je DEM simulacija materijala u rotacijskom bubnju za različite brzine rotacije bubnja (Marigo, 2011)



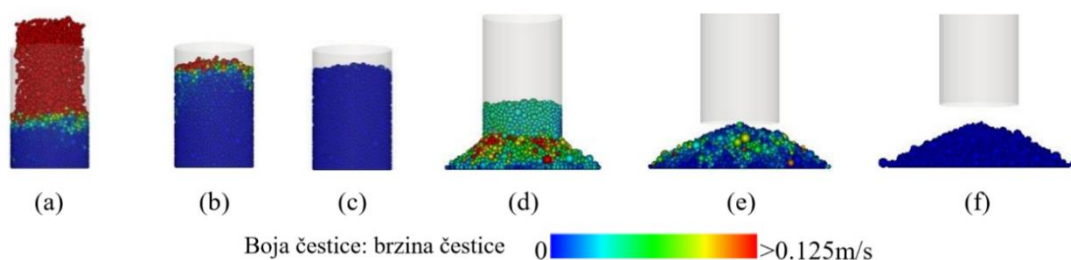
Slika 3-13 DEM simulacija s različitim brzinama rotacije bubnja (Marigo, 2011)

Na slici 3-14 prikazan je poprečni presjek rotacijskog bubnja u slučaju valjanja materijala u kojemu su dva dijela, aktivni i pasivni, kretanje čestica označeno je vektorom brzine ( $u$ ). U aktivnom dijelu čestice se miješaju zbog konvekcije, a u pasivnom dijelu čestice se kreću kao kruto tijelo što je rezultat rotacije. Kutna brzina čestica u pasivnom dijelu jednaka je kutnoj brzini bubnja. Difuzija u pasivno aktivnoj granici zanemariva je u usporedbi s konvekcijom u aktivnoj regiji (Marigo, 2011).



Slika 3-14 Aktivni i pasivni dio u rotacijskom bubnju (Marigo, 2011)

DEM metoda koristi se i kod određivanja kuta sipanja metodom cilindra što je prikazano u opisanom primjeru autora Roesslera i Katterfelda (2016). Korišten je software LIGGGHTS 3.01, u kojemu je hrpa materijala podijeljena na 36 klinastih područja. Kako bi se izbjegao utjecaj zaobljenog vrha i rasipanja materijala u podnožju stošca ti dijelovi su uklonjeni a ostatak je podijeljen na deset radijalnih grupa polja. U svakom polju nađena je najviša čestica i napravljena je linija preklapanja tih točaka metodom linearne regresije i tako je dobiven prosječni kut sipanja materijala hrpe. Na slici 3-15 prikazan je postupak u šest koraka, različitim bojama naznačena je brzina kretanja čestice. Nakon sipanja materijala i njegova slijeganja materijal ima brzinu jednaku 0 m/s, podizanjem cilindra brzina se povećava i nakon prestanka toka materijala stvorena je hrpa oblika stošca kojoj je brzina jednaka 0 m/s.

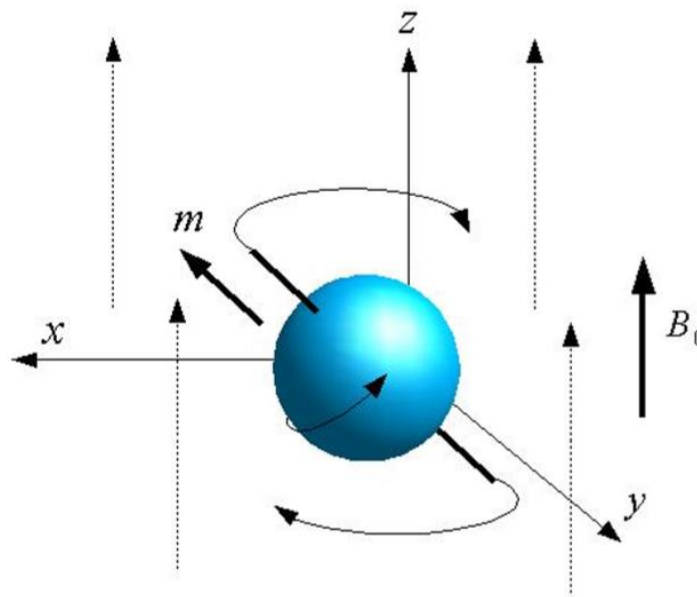


Slika 3-15 DEM simulacija metodom cilindra (Roessler i Katterfeld, 2016).

### 3.2.3. Magnetska rezonancija (MRI)

#### 3.2.3.1. Princip rada Magnetske rezonancije

MRI metoda uvelike se koristi u medicinske svrhe, manje su poznate druge primjene kao što je promatranje čestica materijala. Metoda se temelji na uporabi jakih magneta i radiovalova kako bi se dobila slika unutrašnjosti ljudskog tijela u medicini, tj. materijala u rotacijskom cilindru. Ispitni materijal stavlja u jako magnetsko polje koje proizvodi magnet koji ga okružuje. Pod utjecajem magnetnog polja dolazi do poravnavanja atoma vodika sa smjerom polja. Nakon čega se emitira kratki puls radio valova što rezultira izbacivanjem vodikovih jezgara iz poravnavanja s magnetskim poljem. Prekidom emitiranja radio valova jezgre se vrata u početni položaj orijentirajući se prema magnetskom polju. Povratkom vodikovih jezgri u početni položaj, jezgre emitiraju elektromagnetske signale koji se registriraju i koriste za regeneriranje slike. Prema vremenu povratka vodikovih jezgri u početni položaj otkrivaju se karakteristike tkiva, tj. materijala. Poravnavanje se temelji na fizikalnom svojstvu spina. Protoni u jezgri se konstantno rotiraju (eng. precess) oko određene osi, što je prikazano na slici 3-16, vrtnja proizvodi vlastito magnetsko polje slabe snage. Uslijed tog magnetskog polja proton ima svoj sjeverni i južni pol. U normalnom stanju spin protona je neodređen i kaotičan, a pokretanjem magnetskog polja osi spinova protona se usklade i poravnaju s vanjskim magnetskim poljem. Oko pola protona orijentira se u smjeru magnetskog polja, a druga polovica u suprotnom smjeru (Žužić, 2011).

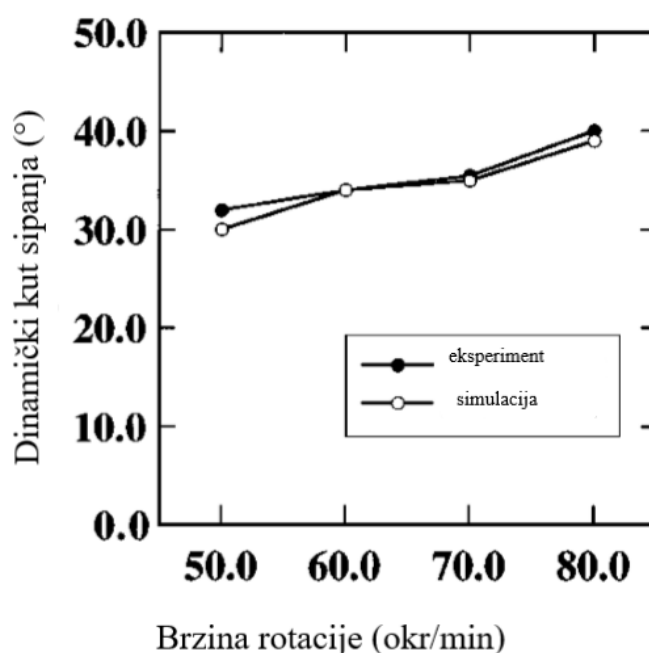


Slika 3-16 Precesija spina jezgre u magnetskom polju (Žužić, 2011)

### 3.2.3.2. Usporedba DEM simulacije i MRI mjerenja

Nakagawa i dr. napravili su prvo proučavanje granuliranih materijala MRI metodom koristeći sjeme gorušice, čije ulje proizvodi odličan NMRI signal. Za to ispitivanje koristili su sjeme sa srednjom veličinom promjera 1,5 mm s rasponom veličine  $\pm 0,1$  mm, gustoća zrna bila je  $1,3 \text{ g/cm}^3$ . NMRI spektrometar radio je s 1,9 T supravodljivim magnetom pri sobnoj temperaturi, promjer cilindra bio je 31 cm a vidno polje sfere 8 cm, što je određeno homogenošću magnetnog polja. Horizontalni akrilni cilindar promjera 6,9 cm je na pola napunjen česticama i rotirao je u magnetskom polju. Promatrana je koncentracija i distribucija brzine zrna u središnjem dijelu cilindra, debljina sloja materijala bila je 8 mm. Nije zapažena radijalna segregacija tog gotovo monodisperznog uzorka. Brzina rotacije bila je od 4 okr/min do 31 okr/min, ispod te vrijednosti tečenje materijala je isprekidano. Kasnije su napravili usporedbu mjerenja MRI metodom s DEM simulacijom.

Kako bi provjerili DEM kod simulirano je tečenje sfernih zrna u rotacijskom bubnju, s koeficijentom trenja 0,4. Korišteno je tisuću čestica promjera 5,95 mm, gustoće  $2470 \text{ kg/m}^3$  i kutne brzine od 50 okr/min. Na slici 3-17 prikazan je dijagram na kojemu su uspoređene vrijednosti eksperimenta i simulacije dinamičkog kuta sipanja pri određenim brzinama rotacije. Vidljivo je da vrijednost dinamičkog kuta sipanja raste gotovo linearno s brzinom rotacije u oba slučaja. Simulacija je rađena DEM metodom sa zaobljenim česticama.



Slika 3-17 Usporedba rezultata eksperimenta i simulacije (Nakagawa i dr., 1998)

Na slici 3-18 prikazan je dijagram s vrijednostima DEM simulacije i MRI mjerenja dinamičkog kuta sipanja materijala kao funkcije brzine rotacije za različito zaobljena zrna. Kut sipanja linearno raste brzinom rotacije u svim slučajevima. Povećanjem nesferičnosti zrna raste i dinamički kut sipanja materijala. DEM simulacije različitih zaobljenosti zrna najbolje se podudaraju s MRI mjerenjem za vrijednosti zaobljenosti ( $A_s$ ) od 0,75 i 0,79, koja se određuje na sljedeći način:

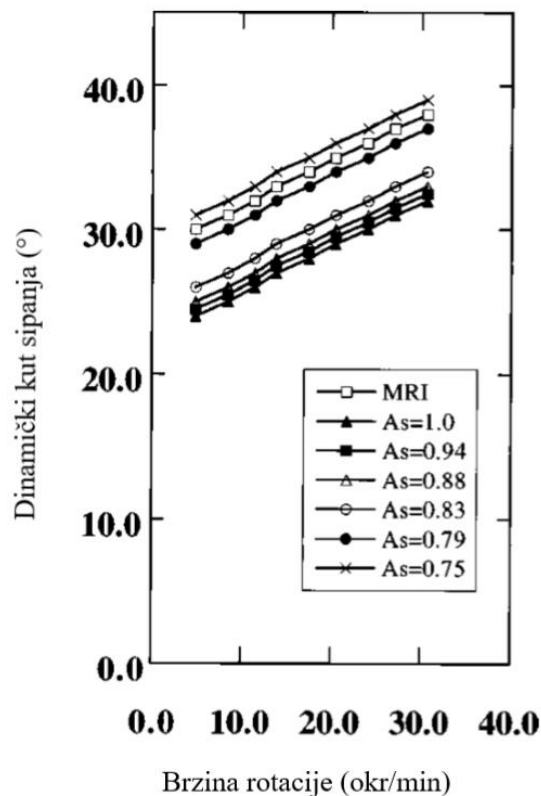
$$A_s = \frac{d_z}{d_z + l_d} \quad (3-16)$$

Gdje je:

$A_s$  – zaobljenost zrna,

$d_z$  – promjer zrna (mm)

$l_d$  – dužina duže osi zrna (mm).

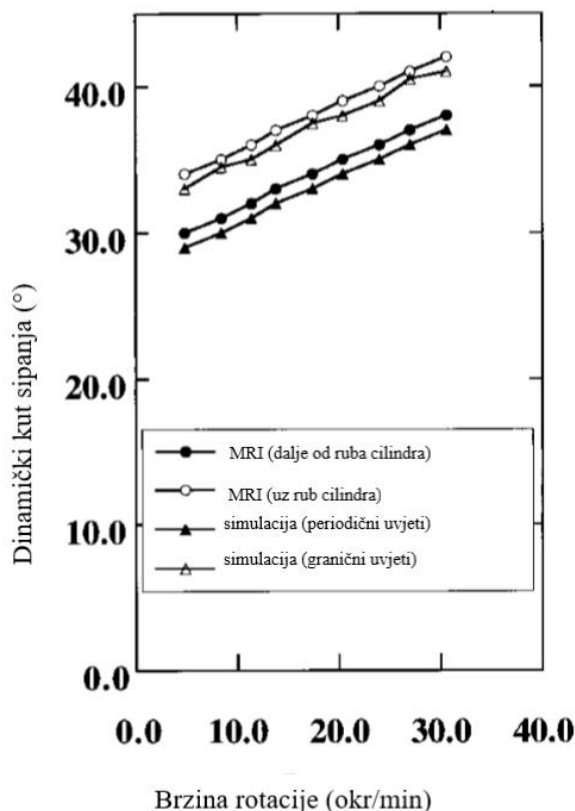


Slika 3-18 Usporedba MRI rezultata i DEM simulacije za različite zaobljenosti zrna (Nakagawa i dr., 1998)

Dinamički kut sipanja materijala mjeren je preko slobodne površine S oblika. Zaključeno je da je kut sipanja sjemena gorušice veći na krajevima cilindra nego u njegovom središtu.



Na slici 3-19 prikazana je usporedba dinamičkog kuta sipanja u blizini i dalje od krajeva cilindra, za eksperiment i simulaciju za nesferična zrna ( $A_s=0,79$ ). U oba slučaja, mjerenje i simulacija, utvrđeno je da je kut sipanja na krajevima cilindra veći za oko  $5^\circ$  zbog dodatne interakcije između čestica i zida, tj. poklopca, za sve brzine rotacije. DEM simulacijom može se modelirati interakcija čestica i zida, a MRI metoda omogućuje mjerenje kuta sipanja u blizini središta cilindra kako bi se izbjegao zidni efekt.



Slika 3-19 Usporedba rezultata dinamičkog kuta sipanja s obzirom na mjesto mjerenja u cilindru (Nakagawa i dr., 1998)

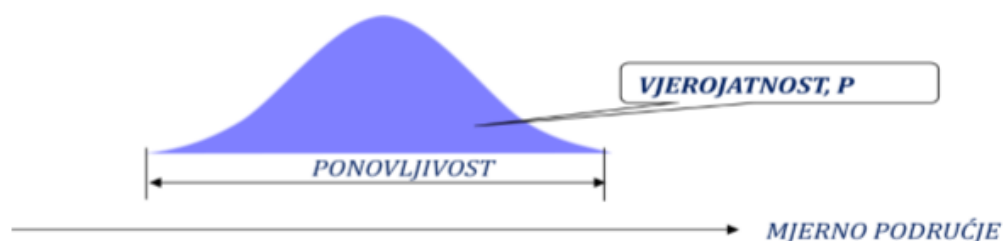
MRI metoda korištena je za usporedbu DEM simulacije jer omogućava pregled 3D koncentracije materijala, brzine i polja difuzije za nakupine od neprozirnih materijala. Parametri kao što su slaba heterogenost veličina zrna, mala odstupanja od zaobljenosti i drugi parametri odstupanja koji su bili vezani za aktualna zrna nisu uzeti u obzir. Odgovarajućim podešavanjem zaobljenosti monodisperznih zrna dobiveno je podudaranje rezultata simulacije i mjerenja. Značajnija je razlika u poprečnom presjeku slobodne površine S oblika, simulacija predviđa manje zakrivljen oblik od stvarnog oblika poprečnog presjeka slobodne površine.

#### 4. STATISTIČKI POJMOVI

Problemi u rezultatima mjerenja mogu se pojaviti kao slučajna i sustavna pogreška. Slučajna pogreška je sastavnica pogreške koja se nizom ispitanih uzoraka mijenja za istu značajku na nepredvidiv način. Takve greške dovode do nepreciznosti u rezultatima mjerenja, ne mogu se prepoznati, stoga ih nije moguće ukloniti. Sustavna pogreška u rezultatu predstavlja sastavnicu pogreške koja tijekom niza ispitanih rezultata za istu značajku ostaje stalna ili se mijenja na predvidiv način. Uzrok sustavne greške može biti poznat ili nepoznat. Stoga je u laboratorijskom radu važna mjerna preciznost, ona predstavlja bliskost slaganja između izmjerenih vrijednosti veličina, koje su dobivene ponovljenim mjerenjima na istim ili sličnim predmetima pod utvrđenim uvjetima, koji podrazumijevaju uvjete obnovljivosti i ponovljivosti i uvjete međupreciznosti mjerenja. Mjerna preciznost izražava se brojčano mjerama nepreciznosti, a to su standardna devijacija, varijanca ili koeficijent promjene pod određenim uvjetima (Runje, 2014).

##### 4.1. Preciznost u uvjetima ponovljivosti

Ponovljivost rezultata predstavlja usko slaganje između rezultata uzastopnih mjerenja, iste mjerene veličine, izvedenih u istim mjernim uvjetima, slika 4-1. Mjerni uvjeti uključuju isti mjerni postupak, istog mjeritelja, isto mjerilo koje se koristi u istim uvjetima, isto mjesto i ponavljanje u kratkom vremenu. Ponovljivost se može izraziti količinski značajkama rasipanja rezultata mjerenja i ona u najvećoj mjeri određuje utjecaj mjerila u varijaciji mjernog sustava (Runje, 2014).



Slika 4-1 Preciznost u uvjetima ponovljivosti (Runje, 2014)

Točnost i preciznost rezultata predstavljaju dva značajna termina u mjerenju i najčešće se javljaju zajedno. Točnost i netočnost, preciznost i nepreciznost grafički su prikazani na slici 4-2.



Slika 4-2 Točnost i preciznost (Runje, 2014)

#### 4.2. Osnovni pojmovi statističke analize

Kod laboratorijskog ispitivanja ponovljivosti rezultata, prikupljeni rezultati mjerenja za svako pojedino očitavanje na mjernom instrumentu neće se podudarati, očitavanja se međusobno razlikuju. Stoga se koristi statistički pojam srednja vrijednost ili aritmetička sredina, koji predstavlja sumu svih podataka podijeljenu s ukupnim brojem podataka. Srednja vrijednost uzorka definirana je:

$$\bar{x}_i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4-1)$$

Gdje je:

$\bar{x}_i$  – srednja vrijednost uzorka,

$n$  – ukupan broj podataka u uzorku,

$x_i$  – svaka pojedino očitana vrijednost u  $n$  očitavanja.

Mjere raspršenosti podataka, mjere disperzije, su raspon, standardna devijacija i varijanca uzorka (Razumić, 2018). Raspon uzorka ( $R$ ) je razlika između najvećeg i najmanjeg izmjerene rezultata:

$$R = \max(x_i) - \min(x_i) \quad (4-2)$$

Gdje je :

$R$  – raspon uzorka,

$\max(x_i)$  – najveća vrijednost uzorka,

$\min(x_i)$  – najmanja vrijednost uzorka.

Devijacija za svako očitavanje definirana je kao odstupanje pojedinačnog očitavanja od srednje vrijednosti, prikazana je izrazom:

$$d_i = x_i - \bar{x}_i \quad (4-3)$$

Gdje je:

$d$  – devijacija za svako očitavanje.

Pojam prosječne devijacija označava prosječno odstupanje suma svih pojedinih odstupanja od srednje vrijednosti, tako definiran izraz uvijek je jednak nuli, jer vrijedi:

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m) = 0 \quad (4-4)$$

Apsolutna vrijednost prosječne devijacije definirana je izrazom:

$$|\bar{d}| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |d_i| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (|x_i - x_m|) \quad (4-5)$$

Standardna devijacija predstavlja prosječno srednje standardno odstupanje numeričkih vrijednosti neke veličine od njihove aritmetičke sredine. Kako bi se pouzdano odredila potrebno je napraviti minimalno dvadeset uzastopnih mjerenja. Nakon odrađenih mjerenja i skupljenih podataka, standardna devijacija računa se prema:

$$\sigma = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2 \right]^{1/2} = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2 \right]^{1/2} \quad (4-6)$$

Gdje je:

$\sigma$  – standardna devijacija.

Varijanca je mjera rasipanja vrijednosti, jednaka je zbroju kvadrata odstupanja opažanja od njihove prosječne vrijednosti i podijeljena brojem opažanja koji je umanjen za jedan. Što

je veća varijanca veće je i odstupanje od prosjeka, tzv. rasipanje vrijednosti. Varijanca se još naziva i disperzija jer se upotrebljava kao pokazatelj disperzije podataka, a računa se prema:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2 \quad (4-7)$$

Gdje je:

$\sigma^2$  – varijanca uzorka.

Nakon izračuna aritmetičke sredine i standardne devijacije dobivene rezultate moguće je uspoređivati s drugim rezultatima. Kako bi se uspoređivale varijabilnosti nekih pojava i svojstava koristi se koeficijent varijacije, odnos standardne devijacije i aritmetičke sredine izražen u postocima (RITEH, 2018):

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \quad (4-8)$$

Gdje je :

V – koeficijent varijacije (%).

Najmanja vrijednost koeficijenta varijacije je 0%, najveća vrijednost nije određena te vrlo rijetko prelazi vrijednost od 100 %. Koeficijent varijacije koristi se kod uspoređivanja varijabiliteta dviju ili više distribucija. U tablici 4-1 prikazan je varijabilitet statističkog skupa ovisno o iznosu koeficijenta varijacije (Papić, 2008).

Tablica 4-1 Varijabilitet statističkog skupa u odnosu na koeficijent varijacije (Papić, 2008)

V (%)	Varijabilitet
0-10	vrlo slab
10-30	relativno slab
30-50	umjeren
50-70	relativno jak
veći od 70	vrlo jak

### 4.3. Normalna (Gaussova) raspodjela

Deskriptivna statistika bavi se opisivanjem konkretnih rezultata dobivenih tijekom nekog mjerenja. Zadaća joj je opisati podatke tako da se srede i sažmu radi preglednosti. Stoga se dobiveni podaci trebaju jasno i sažeto prikazati kako bi osoba promatrač dobila jasan osjećaj za važne karakteristike podataka. Stoga se korištenjem tablica i grafikona na koristan način može prikazati podatke koji otkrivaju važne značajke, kao na primjer raspon, simetrija podataka i dr. Većina procesa ima ishode koji se mogu interpretirati kvantitativno, tj. stvarnim brojevima. Slučajna varijabla predstavlja numerički ishod slučajnog eksperimenta i mogu biti kontinuirane i diskontinuirane. Razlika tih dviju varijabli je u području vrijednosti. Kontinuirane varijable mogu preuzeti bilo koju vrijednost u intervalu stvarnih brojeva, njezin raspon uključuje sve vrijednosti u intervalu realnih brojeva. Primjeri kontinuirane slučajne varijable su tlak, temperatura, duljina, masa, napon, vrijeme. Dok diskretna slučajna varijabla od mogućih vrijednosti  $x$ , može poprimiti samo konačan broj (Razumić, 2018).

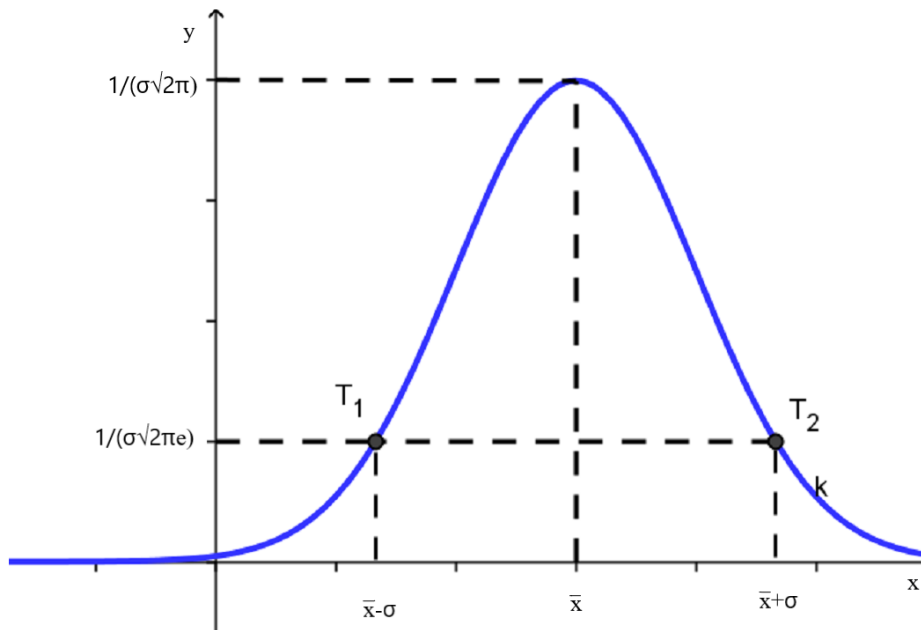
Kontinuirane varijable predstavljaju najveći broj svojstava koji se javljaju u prirodnim, tehničkim i društvenim odnosima i vezama. Distribucija ili raspodjela frekvencija kontinuiranih varijabli ( $f_i$ ) predstavljena je kontinuiranom krivuljom čiju visinu uvjetuje koncentracija podataka u svakoj točki apscise, frekvencija. Podaci su raspodijeljeni tako da se najveći broj vrijednosti gomila oko aritmetičke sredine  $s$  određenim odstupanjem, standardnom devijacijom. Kada su poznate vrijednosti aritmetičke sredine i standardne devijacije, poznati su i parametri normalne raspodjele ili distribucije. Rasipanje vrijednosti varijable  $x$  prema zakonu normalne razdiobe nalazi se u intervalu  $(-\infty, \infty)$ . Funkcija normalne razdiobe je (Zrno, 2011):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^2} \quad (4-9)$$

$e$  – baza prirodnog logaritma (2,71),

$\pi$  – Arhimedova konstanta (3,14).

Normalna raspodjela naziva se još i Gaussova distribucija prema matematičaru Karlu F. Gaussu koji ju je otkrio i razradio jednadžbu krivulje. Graf funkcije  $f(x)$  ima zvonoliki oblik, kako je prikazano na slici 4-3.



Slika 4-3 Normalna ili Gaussova raspodjela (Zrno, 2011)

Ako se stavi:

$$u = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

Vrijedi:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}u^2}$$

Budući da je :

$$\frac{f_{ii}}{\sum f} = p_i$$

Vrijedi:

$$f_{ii} = \sum f \cdot p_i$$

$$f_{ii} = \frac{\sum f \cdot i}{\sigma} \cdot f(u) \quad (4-10)$$

Gdje je:

$p_i$  – vjerojatnost (koja se definira kao odnos pojedine teorijske izračunate frekvencije i ukupnog zbroja svih izmjerenih frekvencija),

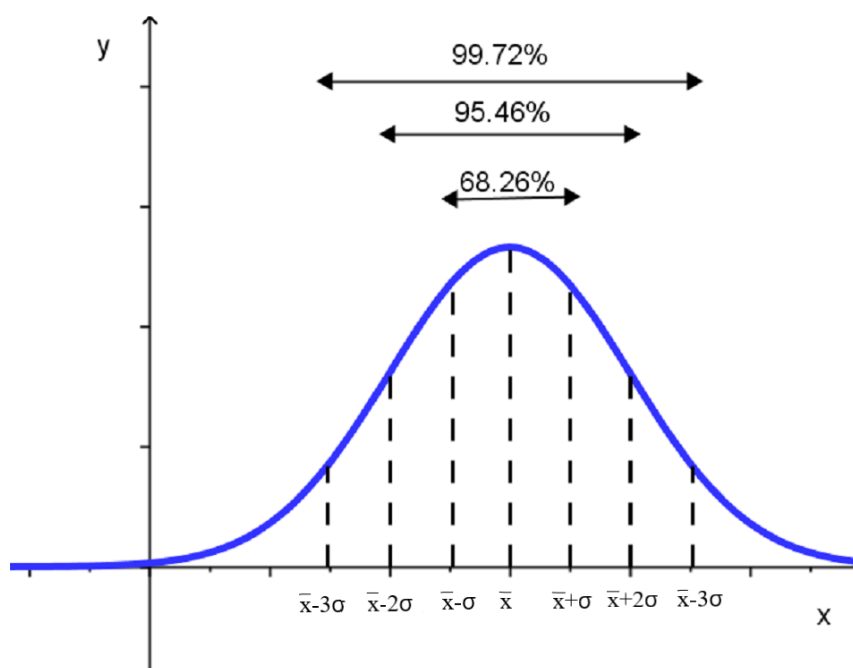
$i$  – širina razreda,

$f_{ti}$  – teorijski izračunate frekvencije,

$f_i$  – stvarne (izmjerene) frekvencije,

$\Sigma f$  – zbroj svih izmjerenih frekvencija.

Interval određenosti podataka prema postocima prikazan je na slici 4-4.



Slika 4-4 Interval određenosti podataka prema postotku (Zrno, 2011)

Za normalnu distribuciju izračunat je postotak od ukupnog broja podataka koji se nalazi u određenim intervalima.

- U intervalu  $\bar{x} \pm \sigma$  nalazi se u 68,26 % podataka,
- u intervalu  $\bar{x} \pm 2\sigma$  nalazi se 95,46 % podataka,
- u intervalu  $\bar{x} \pm 3\sigma$  nalazi se 99,72 % podataka.

Ako se izrazi drugim načinom:

- 50% podataka je u intervalu  $\bar{x} \pm 0,674\sigma$ ,
- 95 % podataka je u intervalu  $\bar{x} \pm 1,9605\sigma$ ,



- 99 % podataka je u intervalu  $\bar{x} \pm 2,576\sigma$ .

Može se čitati i kao :

- 50% podataka veće je od  $\bar{x} - 0,674\sigma$ , a manje od  $\bar{x} + 0,674\sigma$ ,
- 95 % podataka veće je od  $\bar{x} - 1,9605\sigma$ , a manje od  $\bar{x} + 1,9605\sigma$ ,
- 99 % podataka veće je od  $\bar{x} - 2,576\sigma$ , a manje od  $\bar{x} + 2,576\sigma$ .

Glavni uvjeti da se podaci nekog mjerenja ponašaju po normalnoj raspodjeli su (Razumić, 2018):

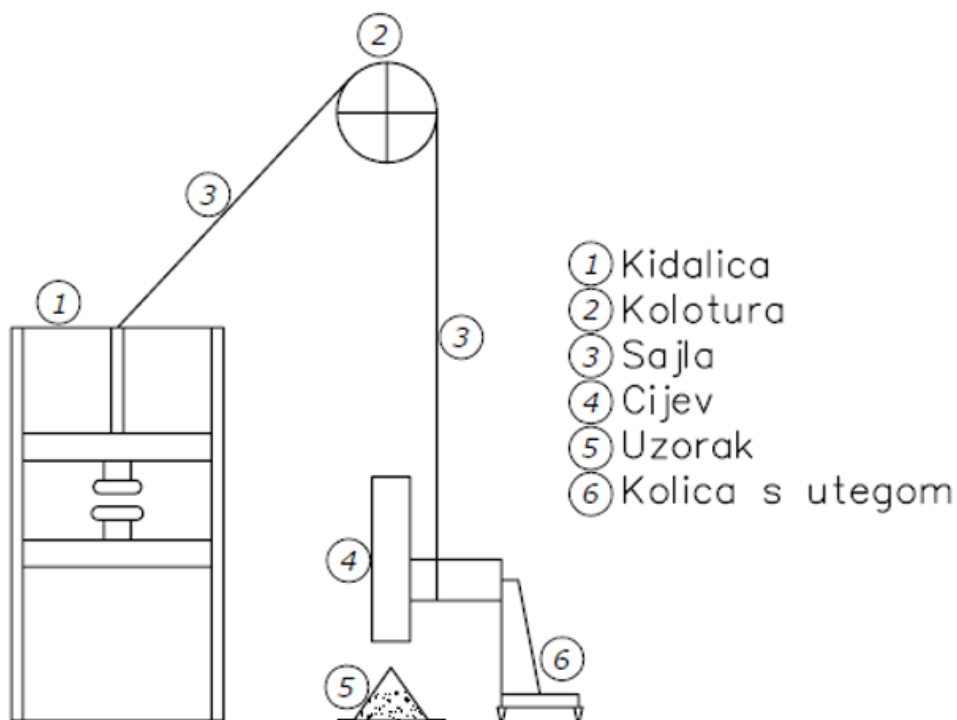
1. Da se ono što se mjeri stvarno raspoređuje po normalnoj raspodjeli.
2. Da postoji veliki broj rezultata mjerenja.
3. Da su sva mjerenja provedena jednakom metodom i u što sličnijim vanjskim uvjetima.
4. Skupina na kojoj se vrše mjerenja mora biti homogena po ostalim svojstvima, a heterogena po svojstvu koje se mjeri.

## 5. LABORATORIJSKO ISPITIVANJE

Mjerenje ponovljivosti rezultata kuta sipanja materijala rađeno je u Laboratoriju za rudarsku mehanizaciju i arhitektonsko građevni kamen na Rudarsko-geološko-naftnom fakultetu.

### 5.1. Uređaj

Uređaj za mjerenja kuta sipanja već je postojao u laboratoriju, prenamijenjena kidalica koja je služila za ispitivanje vlačne čvrstoće čelične užadi, na slici 5-1 prikazana je skica uređaja. Uređaj se pokreće elektromotorom, ima dva prekidača kojima je moguće postići razdvajanje ili privlačenje čeljusti. Sajla je provučena kroz čeljusti, preko kolotura do kolica s utegom, kojim se postiže stalna napetost sajle što sprječava horizontalne pomake. Kolica s utegom imaju četiri kotačića koji su na dvije šine, čime je omogućeno kretanje kolica naprijed i nazad. Na PVC cijev stavljena su dva stezna prstena preko koji se cijev pričvrstila na kolica. Dok se cijev pričvršćivala libelom je rađena provjera preciznosti, kako bi bila u što točnijem vertikalnom položaju. Cilindar je smješten na podlozi glatke površine.



Slika 5-1 Shema uređaja za mjerenje kuta sipanja metodom cilindra (Kostrić, 2018)

Pokretanjem kidalice i tipke za razmicanje čeljusti sajla se opuštala sve dok cilindar ne dotakne dno. Zatim bi se opuštanje nastavilo dok ne bude dovoljno da se može staviti lijevak u cilindar. Lijevak se koristio kako bi se postiglo precizno stavljanje uzorka u cilindar. Zatim se drugom tipkom uključilo približavanje čeljusti, što rezultira podizanjem cilindra i to sve dok se ne digne dovoljno iznad uzorka. Kolica s cilindrom bi se pomaknula i zatim se uzorak fotografirao.

## 5.2. Uzorak

Laboratorijsko ispitivanje obavljeno je na uzorku dolomita frakcije 2/4 koji je prethodno ispran od sitnih čestica prašine. Uzorak je sivo žute boje i namijenjen je za proizvodnju betona, podrijetlom je iz površinskog kopa Gradna koji je u vlasništvu dioničkog društva Samoborka. Na slici 5-2 prikazana je stožasta gomila ispitanog materijala nastala mjerenjem kuta sipanja metodom cilindra. Masa uzorka je 4608 g čime je postignut uvjet da omjer visine i promjera stošca bude dovoljan za formiranje hrpe.

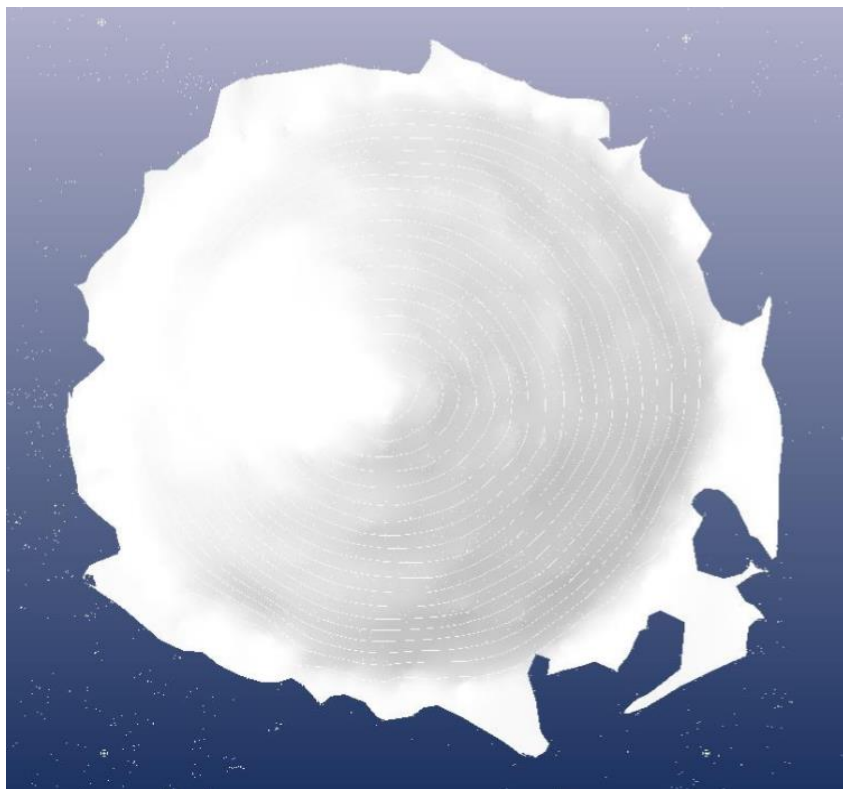


Slika 5-2 Mjerenje kuta sipanja na uzorku dolomitnog agregata

### 5.3. Opis mjerenja

Uzorak je postavljan u cilindar kojemu je unutrašnji promjer 103 mm, a vanjski 110 mm. Mjerenje je obavljeno 32 puta na istom uzorku, s cilindrom visine 320 mm u jednakim uvjetima i istom metodom. Nakon sipanja materijala u cilindar štapom se izjednačavala razina uzorka u cilindru. Izmjerena je unutarinja udaljenost od vrha cilindra do uzorka s četiri strane cilindra i uzeta je srednja vrijednost. Zatim se ta vrijednost oduzela od visine cilindra čime je dobivena visina uzorka u cilindru.

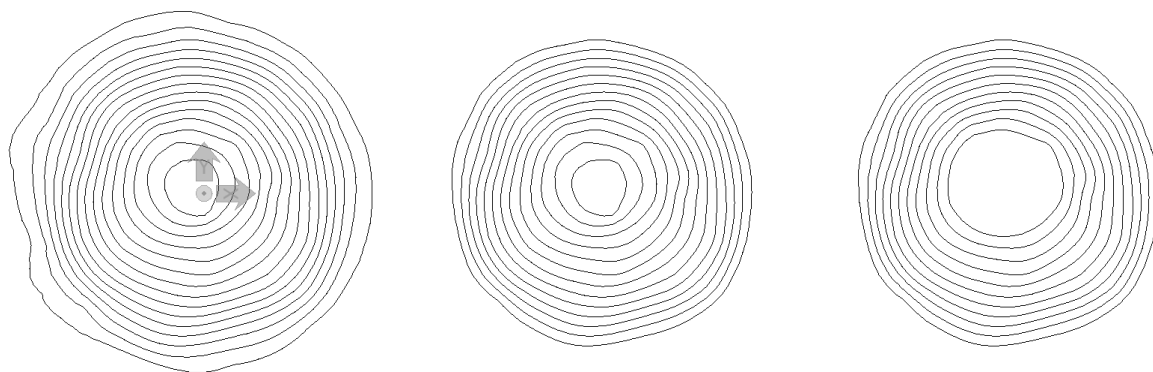
Zatim je pokrenuta kidalica i cilindar se podizao jednolikom brzinom od 4,05 mm/s, stvarajući na glatkoj podlozi gomilu oblika stošca. Za fotografiranje uzorka korištena je kamera visoke rezolucije marke Pentax. Svaki uzorak fotografiran je tri puta odozgo, tako da se fotoaparat micao u istoj ravnini s jedne strane uzorka na drugu. Fokus prve fotografije bila je kosina hrpe, fokus druge fotografije vrh stošca, a fokus treće nasuprotna kosina. Zatim se hrpa fotografirala još dva puta tako da je kamera postavljena ispred uzorka. Fotografije su naknadno obrađene u računalnom programu Photomodeler, slika 5-3.



Slika 5-3 Obrada fotografije u Photomodeleru (Kostrić, 2018)

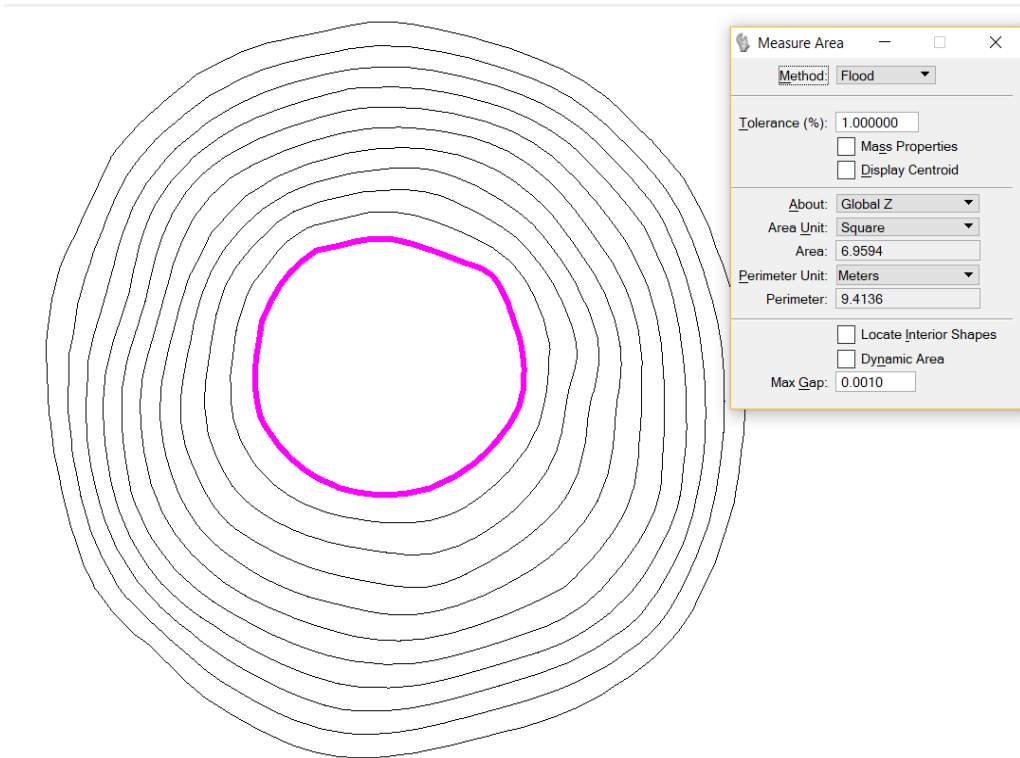
Fotogrametrijskom analizom u Photomodeleru računalo analizira snimke i rekonstruira prostor preko preklapajućih točaka, čime se dobije oblak točaka (eng. Point cloud). Iz oblaka točaka dobivene su slojnice u potpunom Solid modelu, 3D model hrpe eksportira se u dxf zapis (Kostrić, 2018).

Datoteka dobivena u Photomodeleru dxf je formata, kako bi se dalje radilo u MicroStation Power Inroadsu, datoteku je bilo potrebno prebaciti u dgn format. U Power Inroadsu je otvorena dgn datoteka hrpe materijala prikazane pomoću slojnica. Obrisano je nekoliko gornjih i donjih slojnica kako vrh i dno hrpe ne bi utjecali na rezultat, što je prikazano na slici 5-4.

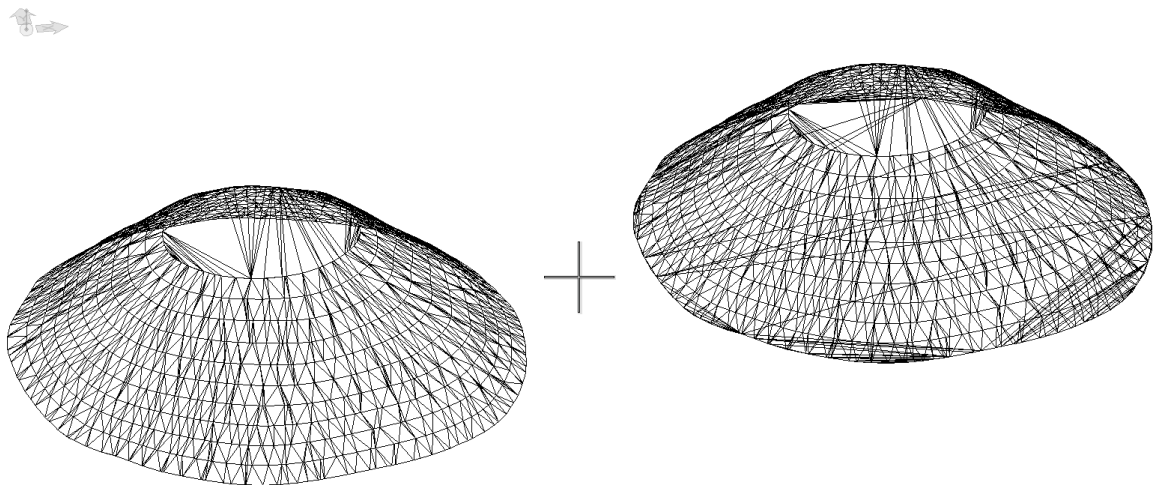


Slika 5-4 Brisanje slojnica hrpe materijala

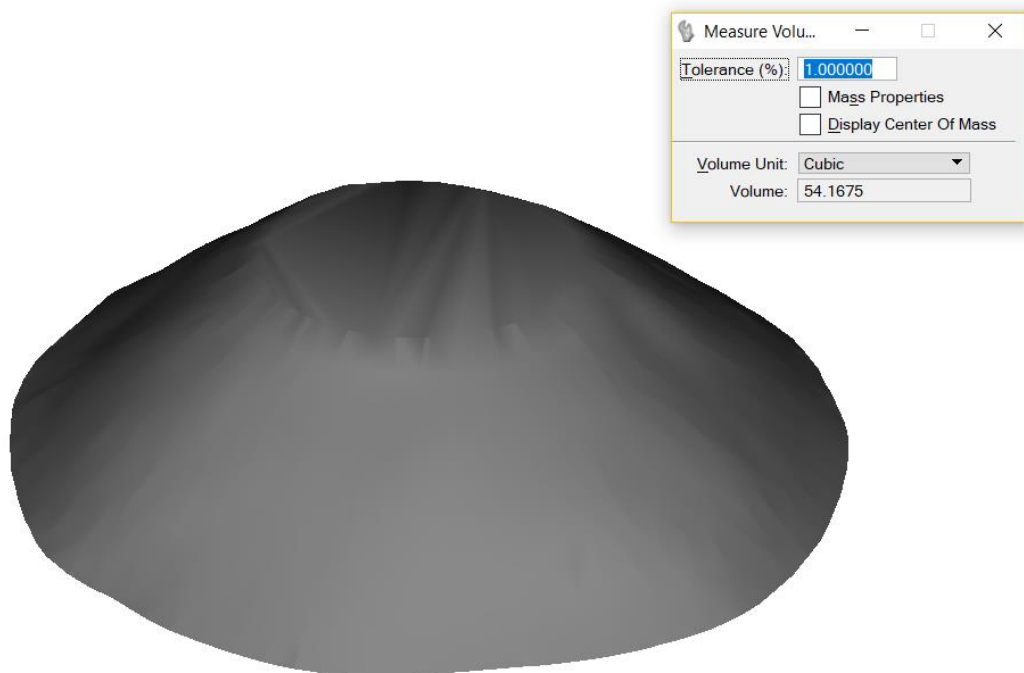
Sljedeći korak bio je mjerenje površina donje ( $P_1$ ) gornje ( $P_2$ ) slojnice krnjeg stošca. Za to je korištena naredba *Measure Area*, što je prikazano na slici 5-5. Zatim je kreirana mreža iz slojnica naredbom *Create Meshes/ Mesh from Contours* kako je prikazano na slici 5-6. Mreža je zatvorena u zatvoreni volumen alatom *Close Mesh Voids*, slika 5-7. Završni dio bilo je mjerenje volumena krnjeg stošca naredbom *Measure Volume* kako je prikazano na slici 5-8, dobivene vrijednosti su upisivane u Microsoft Excel gdje je napravljen proračun.



Slika 5-5 Mjerenje površine gornje slojnice krnjeg stošca



Slika 5-6 Mreže slojnica i zatvaranje volumena



Slika 5-7 Volumen krnjeg stošca

Na jednak način obrađeno je trideset i dvije dgn datoteke i dobivena je informacija o srednjem kutu sipanja materijala hrpe. Kut sipanja izračunat je prema:

$$\tan\varphi = \frac{3V_k\sqrt{\pi}}{\sqrt{P_1^3} - \sqrt{P_2^3}} \quad (5-1)$$

Gdje je:

$V_k$  – volumen krnjeg stošca ( $\text{kg/m}^3$ ),

$P_1$  – površina donje slojnice krnjeg stošca ( $\text{m}^2$ ),

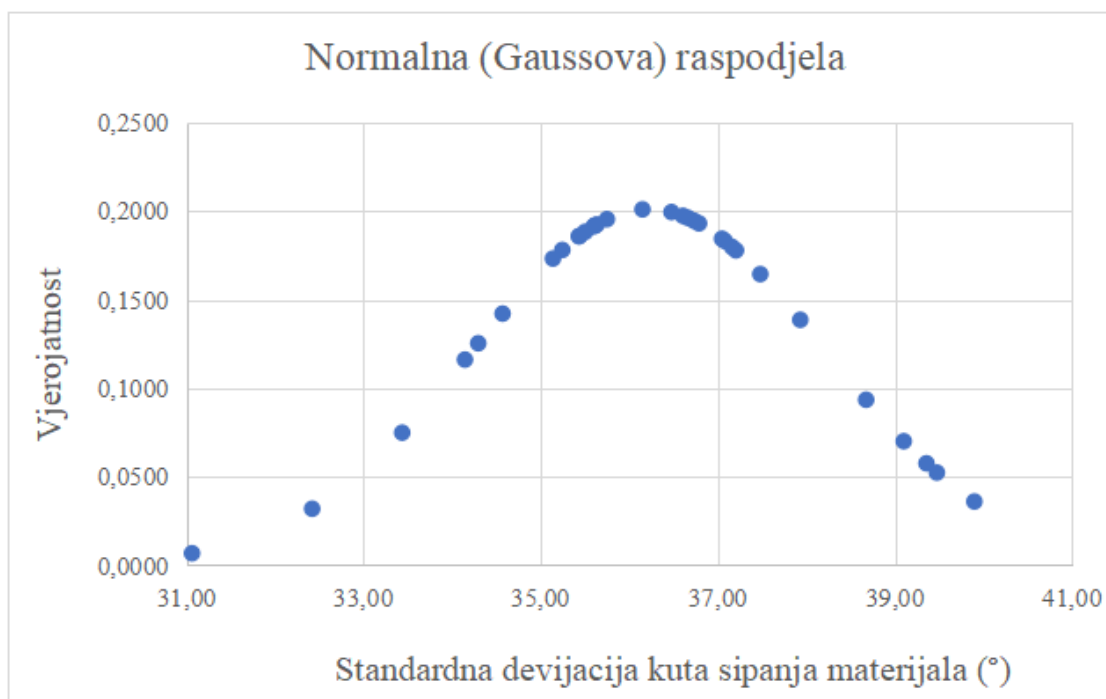
$P_2$  – površina gornje slojnice krnjeg stošca ( $\text{m}^2$ ).

Za potrebe obrade podataka mjerenja korišteni su računalni program Photomodeler i Microstation Power Inroads. Photomodeler je korišten kao probna verzija od 30 dana, a za Microstation Power Inroads Rudarsko-geološko-naftni fakultet u Zagrebu posjeduje studentsku licencu.

## 6. STATISTIČKA ANALIZA

Laboratorijsko mjerenje kuta sipanja na uzorku dolomita napravljeno je 32 puta u istim mjernim uvjetima. U prilogu 1 nalazi se Excel tablica s podacima provedenih ispitivanja. Prema jednadžbi (5-1) iz vrijednosti površina donje i gornje slojnice i volumena krnjeg stošca izračunat je kut sipanja materijala.

Na slici 6-1 prikazana je Gaussova ili normalna raspodjela podataka o kutu sipanja materijala oko srednje vrijednosti koja iznosi  $36,22^\circ$ . Na x osi su vrijednosti devijacija za svako pojedino očitavanje, a na y osi je vjerojatnost. Vrijednosti kuta sipanja materijala tvore zvonoliku distribuciju što znači da je površina koncentrirana oko aritmetičke sredine, približno simetrično je raspoređena na lijevu i desnu stranu od aritmetičke sredine i vrijednosti rastu do aritmetičke sredine, potom padaju.



Slika 6-1 Normalna (Gaussova) raspodjela vrijednosti kuta sipanja materijala

U tablici 6-1 prikazani su dobiveni podaci o srednjoj vrijednosti kuta, rasponu, standardnoj devijaciji i koeficijentu varijabilnosti. Najveća izmjerena vrijednost kuta sipanja je  $39,90^\circ$ , a najmanja  $31,06^\circ$ . Raspon vrijednosti kuta sipanja je  $8,84^\circ$ , na raspon vrijednosti uvelike utječe broj izvršenih mjerenja. Prosječno srednje standardno odstupanje kuta sipanja



od aritmetičke sredine je 1,98 °. Postotni udio standardne devijacije u odnosu na vrijednost aritmetičke sredine, koeficijent varijacije, je 5,47 %. Prema tablici 4-1 iz prethodnog poglavlja, varijabilitet kuta sipanja izmjerenih vrijednosti je vrlo slab.

Tablica 6-1 Rezultati Excel proračuna

Aritmetička sredina	36,22 °
Standardna devijacija	1,98 °
Koeficijent varijacije	5,47 %
Maksimalna vrijednost kuta	39,90 °
Minimalna vrijednost kuta	31,06 °
Raspon	8,84 °

- U intervalu  $34,24 \leq \bar{x} \leq 38,2$  nalazi se u 68,26 % podataka,
- u intervalu  $32,26 \leq \bar{x} \leq 40,18$  nalazi se 95,46 % podataka,
- u intervalu  $30,28 \leq \bar{x} \leq 42,16$  nalazi se 99,72 % podataka.

Određivanje veličine uzorka rađeno je uz prethodno odlučivanje o stupnju pouzdanosti, koji označava maksimalnu dopuštenu grešku u procjeni koja se može tolerirati uz dani koeficijent pouzdanosti. Maksimalna greška procjene predstavlja razliku između gornje granice intervala pouzdanosti i aritmetičke sredine osnovnog skupa. Standardna devijacija uzorka treba biti poznata, zatim se povećava broj mjerenja dok se ne osigura željena preciznost procjene. Standardna devijaciju kuta je 1,98 °, koeficijent pouzdanosti iznosi 1,96 za pouzdanost od 95 %. Proračun je rađen za tri greške procjene 0,1, 0,5 i 1,0. Optimalna veličina uzorka kojom se postižu dovoljno precizni rezultati dobivena je sljedećim izrazom (Dedić, 2009):

$$n = \left( \frac{z \cdot \sigma}{MOE} \right)^2 \quad (6-1)$$

Gdje je:

- $n$  – potreban broj uzoraka,
- $z$  – koeficijent pouzdanosti,
- $MOE$  – greška procjene (kuta sipanja).

Rezultati potrebnog broja uzoraka za tri odabrane dopuštene greške u procjeni prikazani su u tablici 6-2. Najveći broj mjerenja, točnije 1510, potrebno je napraviti za točnost od 0,1 °

čime se dobije najbolja preciznost procjene. Za odstupanje od  $0,5^\circ$  potrebno je obaviti 60 ponavljanja mjerenja, a za točnost od  $1^\circ$  dovoljno je 15 puta ponoviti mjerenje.

Tablica 6-2 Određivanje potrebnog broja uzorka

Točnost ( $^\circ$ )	Potrebni broj uzoraka
0,1	1510
0,5	60
1,0	15

U ovom radu određena je dopuštena greška procjene kuta sipanja od  $1,0^\circ$ , a laboratorijsko mjerenje kuta sipanja ispitano je 32 puta. Stoga se uzorak smatra reprezentativnim. Raspon izmjerenih vrijednosti kutova oko srednje vrijednosti je prilično širok u odnosu na očekivanu točnost od  $1^\circ$ .

## 7. ZAKLJUČAK

Opisane fizičke metode određivanja kuta sipanja primjenjuju se za različite svrhe ovisno o potrebama. Primjene metoda su široke, stoga su samo opisno navedene neke od primjena. Metoda nagibnog stola koristi se kod određivanja kuta nekohezivnih materijala. Također se koristi za određivanje kontaktnog kuta trenja između dva materijala. Metoda fiksnog lijevka i metoda fiksne baze stošca koriste se kod dizajniranja silosa, u farmaciji i skladištenju materijala. Rotacijski bubanj koristi se kod određivanja dinamičkog kuta sipanja koji se često koristi kod segregacije materijala. Vrlo poznata i često primjenjivana metoda za određivanje statičkog kuta sipanja je metoda cilindra.

Primjerima su opisane i numeričke metode, električna kapacitivna tomografija (ECT) i magnetska rezonancija (MRI) te numerička simulacija metoda diskretnih elemenata (DEM) za određivanje kuta sipanja materijala. Razvojem tehnološki razvijenijih metoda omogućeno je praćenje tokova materijala, čime se poboljšava razumijevanje procesa u kojima su čestice materijala, razvoj kvalitete proizvoda i proizvodne sposobnosti. Simulacije se mogu koristiti kod mnogih procesa u rudarstvu, kao što je pražnjenje silosa ili vagona, ponašanje materijala u aerociklonima i hidrociklonima te na transportnim trakama.

Ponovljivost rezultata statičkog kuta sipanja materijala rađena je metodom cilindra na 32 uzorka. Odabrana je 3D metoda snimanja gomile materija jer se njom dobije prosječni kut sipanja materijala. Fotografije su snimane fotoaparatom marke Pentax, zatim su obrađene u programima Photodeleru i Microstation Power Inroadsu. U Power Inroadsu su izmjerene površine gornje i donje slojnice te volumen materijala. Obrisane su slojnice vrha i dna hrpe kako ne bi utjecali na rezultat.

Izračunata srednja vrijednost kuta sipanja dolomitnog agregata je  $36,22^\circ$ . Najveći izmjereni kut sipanja iznosi  $39,90^\circ$ , a najmanji  $31,06^\circ$ , dakle raspon vrijednosti uzorka je  $8,84^\circ$ . Standardna varijacija uzorka iznosi  $1,98^\circ$  i koeficijent varijacije  $5,47\%$ , stoga je varijabilitet vrijednosti uzoraka vrlo slab. Gaussova ili normalna raspodjela podataka ima zvonolik oblik krivulje.

Veličina uzorka određena je za standardnu devijaciju kuta  $1,98^\circ$  i koeficijent pouzdanosti 1,96 za pouzdanost od 95 % uz maksimalnu grešku procjene od  $1,0^\circ$  i iznosi 15 uzoraka. Kako su ispitivanja obavljena na 32 uzorka, uzorak se smatra reprezentativnim. Za manju grešku procjene od  $0,5^\circ$  potrebno je napraviti 60 mjerenja, a za još manju grešku procjene od  $0,1^\circ$  1510 mjerenja. Dakle za odabranu pouzdanost od 95,46 % očekivana vrijednost je u intervalu  $32,26 \leq \bar{x} \leq 40,18$ . Raspon podataka oko srednje vrijednosti je prilično širok u odnosu na očekivanu točnost od  $1^\circ$ .

U ovom radu izmjeren je statički kuta sipanja dolomita, frakcije 2/4, koji iznosi  $36,22^\circ$ . Uzorak je prethodno ispran od sitnih čestica i sušen je na zraku. Mjerenje je obavljeno metodom cilindra u jednakim uvjetima, istom metodom.

## LITERATURA

BEAKAWI AL-HASHEMI H.M., BAGHABRA AL-AMOUDI O.S., 2018. A review on the angle of repose of granular materials, pdf, Powder technology, 3(2008), str. 399-402.

BODHMAGE, A., 2006., *Correlation between physical properties and floability indicators for fine powders*. Master of Science, Saskatoon: University of Saskatchewan.

BOŠKOVIĆ, M., ŠIMUNOVIĆ, A., 2013. *Izrada prototipa nagibnog stola i provedba probnih ispitivanja na uzorcima geosintetika*. Rektorova nagrada, Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet.

CARRIGY, M.A., 1970. Experiments on the angle of repose of granular materials, Research Council of Alberta, Edmonton, Alta, Kanada.

DEDIĆ, A. 2009. *Uzorak- određivanje veličine (obujma) uzorka*. Seminarski rad, Travnik: Fakultet poslovne informatike. 12 (2009) str 9.

GAURA, A. 2018. *Primjena kuta sipanja i utjecaj promjera pri ispitivanju metodom cilindra*. Diplomski rad, Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet.

KLANFAR, M. 2014. *Optimizacija eksploatacije dijabaza u složenim ležišnim uvjetima*. Doktorski rad, Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet.

KORMAN T., n.d., *Proračun transportera s beskonačnom trakom*. Vježbe, Rudarski i geotehnički strojevi, Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet.

KOSTRIĆ S., 2018. *Određivanje kuta stošca pri ispitivanju kuta sipanja metodom cilindra*. Diplomski rad, Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet.

KUJUNDŽIĆ T., 2010. *Fizikalna svojstva materijala*. Predavanja: Transport i izvoz, Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet.

Liu, Z. 2008. *Measuring the angle of repose of granular systems using hollow cylinders*. Master Thesis, University of Pittsburgh, Pennsylvania, USA.

LIU, Z., SPECHT, E., MELLMAN, J., 2005. *Experimental study of the lower and upper angles of repose of granular materials in rotating drums: Determination of the lower and upper angles of repose*. Pdf: Powder technology, 154 (2005). str 129.

LUMAY, G., BOSCHINI, F., TRAINA, K., BONTEMPI, S., REMYR, J.-C., CLOOTS, R., VANDEWALLE, N. 2012. *Measuring flowing properties of powders and grains: Introduction*, pdf: Powder technology, 2 (2012), str. 20.

MARIGO, M., 2011. *Discrete element method modeling of complex granular motion in mixing vessels: evaluation and validation*. Doktorski rad, Birmingham: Faculty of Engineering.

MONTANARI, D., AGOSINI, A., BONINI, M., CORTI, G., DEL VENTISETTE, C., 2017. *The Use of Empirical Methods for Testing Granular Materials in Analogue Modelling*, pdf: MDPI, 4(2017), str.7.

NAKAGAWA, M., TANAKA, T., TSUJI, Y.T., 1998., *Steady particulate flows in a horizontal rotating cylinder: MRI experiment, Result and discussion*. Pdf: Researchgate, 6(1998), str. 1421-1423.

PAPIĆ, M., *Primijenjena statistika u MS Excelu*: Naklada Zoro, Zagreb, 2008.

RAZUMIĆ, A., 2018. *Osnovni statistički alati za analizu podataka*. Diplomski rad, Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje, 11 (2017), str. 14-20, 37-39.

ROESSLER, T., KATTERFELD, A., 2016., *Scalability of angle of repose test for the calibration of DEM parameters: DEM simulation of angle of repose*. Zbornik radova, Magdeburg: Otto von Guericke University Magdeburg, pdf: researchgate, 7 (2016), str. 5.

RITEH, 2018. *Određivanje netočnosti mjerenja*. Laboratorijske vježbe. Rijeka: Tehnički fakultet Rijeka.

URL:[http://www.riteh.uniri.hr/zav\\_katd\\_sluz/zvd\\_teh\\_term\\_energ/nas/laboratorijske\\_vjezbe\\_%2007/1\\_netocnosti.pdf](http://www.riteh.uniri.hr/zav_katd_sluz/zvd_teh_term_energ/nas/laboratorijske_vjezbe_%2007/1_netocnosti.pdf), (20.10. 2018).

RUNJE, B., 2014. *Predavanja iz kolegija Teorija i tehnika mjerenja: Mjerne pogreške*. Predavanja: Teorija i tehnika mjerenja. Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje.

SREBRENKOVIĆ, T. 2017. *Laboratorijsko određivanje kuta sipanja nekoherentnog tla*. Završni rad, Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet.

ZRNO, Ž., 2011., *Neke primjene normalne (Gaussove distribucije): Normalna (Gaussova) distribucija*. Stručni rad, Knin: Veleučilište „Marko Marulić“ u Kninu.

ŽUŽIĆ, S. 2011., *Vizualizacija podataka funkcije magnetske rezonance: MRI*. Diplomski rad, Zagreb: Fakultet elektrotehnike i računarstva. 6 (2011), str. 21-23.

PRILOG 1 Excel tablica s podacima provedenih ispitivanja

Datum	Uzorak	RH (%)	Visina cilindra (mm)	Unutrašnji promjer cilindra (mm)	Brzina podizanja cilindra (mm/s)	Volumen krnjeg stošca (m3)	Površina donje slojnice (m2)	Površina gornje slojnice (m2)	Kut sipanja materijala (°)	Distribucija
02.05.2018.	a1-a	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	0.06170	0.54720	0.05350	39.89822	0.03604
02.05.2018.	a1-b	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	0.05550	0.52140	0.06910	39.47432	0.05237
02.05.2018.	a2	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	49.36390	52.83580	6.13700	35.43683	0.18608
02.05.2018.	a3	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	42.06430	45.79710	4.88690	36.78761	0.19322
02.05.2018.	a4	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	61.86670	57.46230	5.66820	37.93195	0.13871
02.05.2018.	a6	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	45.23390	48.34410	10.83160	38.67547	0.09355
02.05.2018.	a7	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	54.16750	51.79600	6.95940	39.10040	0.07012
02.05.2018.	a8	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	50.34530	51.85560	3.64920	36.14973	0.20112
02.05.2018.	a9	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	58.61530	57.03510	5.54490	36.73074	0.19473
02.05.2018.	a10-a	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	0.05970	0.56240	0.03920	37.48014	0.16452
02.05.2018.	a10-b	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	0.05420	0.53710	0.05640	37.16079	0.17989
29.05.2018.	a1	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	2244743.89300	66230.84890	5361.32780	35.63257	0.19256
29.05.2018.	a1-b	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	2498506.50490	71929.61140	7259.99240	35.43150	0.18588
29.05.2018.	a-2	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	2523699.54670	69773.86810	5113.31220	36.60656	0.19749
29.05.2018.	a-3	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	1582116.92180	52990.57800	4400.13260	35.24386	0.17820
29.05.2018.	a-4	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	1591757.70840	50648.57400	3408.48290	37.07972	0.18326
29.05.2018.	a-5	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	3474714.55200	91584.59240	6065.90340	34.14454	0.11623
29.05.2018.	a-6	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	1602096.24260	50809.92690	3773.58380	37.20488	0.17796
29.05.2018.	a-7	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	1485272.52840	49045.06610	3181.90910	36.47711	0.19959
29.05.2018.	a-8	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	2223825.36800	60640.91860	6424.84600	39.35666	0.05763
29.05.2018.	a-9	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	1676486.61350	57092.29470	2700.11670	33.43549	0.07495
29.05.2018.	a-10	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	2045029.30280	61938.42610	3775.48890	35.61066	0.19191
29.05.2018.	a-11	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	2053610.17200	69987.18540	5304.49680	31.06239	0.00680
29.05.2018.	a-12	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	2692176.40500	74457.69040	3969.78150	35.50293	0.18845
29.05.2018.	a-13	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	4032406.82360	100519.94550	5705.50570	34.29464	0.12546
29.05.2018.	a-14	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	1891445.35950	57268.52080	5256.56960	37.04756	0.18452
29.05.2018.	a-15	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	2211982.39400	65211.73330	4613.13230	35.74800	0.19559
29.05.2018.	a-16	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	2513012.10420	70971.39540	3901.66090	35.60186	0.19165
29.05.2018.	a-17	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	1602974.72690	51109.53110	2200.99100	36.66161	0.19636
29.05.2018.	a-18	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	1673526.91240	54673.70000	2699.95550	35.13815	0.17332
29.05.2018.	a-19	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	2360595.16350	69629.04930	2913.96950	34.56973	0.14221
29.05.2018.	a-20	na zraku sušen uzorak	320	103	4.05	1252355.30960	48131.96850	1763.25100	32.41886	0.03196