

# Hidraulička povezanost aluvijalnih i proluvijalnih naslaga zagrebačkog vodonosnika

---

Škudar, Silvestar

Master's thesis / Diplomski rad

2016

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:169:502364>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-04-02**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering Repository, University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
RUDARSKO-GEOLOŠKO-NAFTNI FAKULTET

Diplomski studij geološkog inženjerstva

**HIDRAULIČKA POVEZANOST ALUVIJALNIH I PROLUVIJALNIH NASLAGA  
ZAGREBAČKOG VODONOSNIKA**

Diplomski rad

Silvestar Škudar

GI-105

Zagreb, 2016.

*Zahvaljujem mentoru Kristijanu Posavcu, dr. sc. na vodstvu prilikom izrade ovog rada.*

*Ovaj rad posvećujem svojim roditeljima.*

HIDRAULIČKA POVEZANOST ALUVIJALNIH I PROLUVIJALNIH NASLAGA  
ZAGREBAČKOG VODONOSNIKA

SILVESTAR ŠKUDAR

Diplomski rad izrađen: Sveučilište u Zagrebu  
Rudarsko-geološko-naftni fakultet  
Zavod za geologiju i geološko inženjerstvo  
Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

Sažetak

U ovom radu analizirana je hidraulička povezanost aluvijalnih i proluvijalnih naslaga zagrebačkog vodonosnika. U analizama su korišteni podaci s 3 piezometra na području aluvija zagrebačkog vodonosnika i 2 piezometra koji se nalaze u proluvijalnim naslagama u rubnom dijelu vodonosnika. Analizirani su podaci za razdoblje od 1.8.2015. do 25.8.2015. Primijenjene su sljedeće statističke metode: metoda korelacije, metoda linearne regresije i metoda kroskorelacije. Rezultati obrade podataka navedenim metodama prikazani su u obliku koeficijenata, dijagrama i jednadžbi. Dobiveni koeficijenti korelacije ukazuju na dobru hidrauličku povezanost aluvijalnih i proluvijalnih naslaga. Korištenjem linearnih regresijskih modela možemo prognozirati razinu podzemne vode u proluvijalnom dijelu vodonosnika pomoću razine podzemne vode u aluvijalnom dijelu, ali sa niskom pouzdanošću. Metodom kroskorelacije određeno je vrijeme kašnjenja reakcije promjene razine podzemne vode u proluvijalnom dijelu vodonosnika na promjenu razine podzemne vode u aluvijalnom dijelu vodonosnika.

Ključne riječi: hidraulička povezanost, zagrebački vodonosnik, korelacija, regresija, kroskorelacija

Diplomski rad sadrži: 27 stranica, 23 slike, 4 tablice i 12 referenci

Jezik izvornika: hrvatski

Diplomski rad pohranjen: knjižnica Rudarsko-geološko-naftnog fakulteta

Voditelj: Izv. prof. dr. sc. Kristijan Posavec

Ocjenjivači: Izv. prof. dr. sc. Kristijan Posavec

Prof. dr. sc. Andrea Bačani

Doc. dr. sc. Željko Duić

Datum obrane: 19. rujna 2016.

THE HYDRAULIC CONNECTION BETWEEN ALLUVIAL AND PROLUVIAL DEPOSITS  
OF THE ZAGREB AQUIFER  
SILVESTAR ŠKUDAR

Thesis completed at: University of Zagreb  
Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering  
Department of Geology and Geological Engineering  
Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

Abstract

The thesis analyses the hydraulic connection between the alluvial and the proluvial deposits of the Zagreb aquifer. The analysis contains data from three piezometers in the alluvial part of the aquifer and two piezometers in the proluvial deposits in the marginal part of the aquifer. The data used in analyses date from August 1, 2015 to August 25, 2015. The following statistical methods were applied: correlation method, linear regression method and cross correlation method. The results of these analyses are presented in the form of coefficients, diagrams and equations. The resulting correlation coefficients are indicators of good hydraulic connection existing between alluvial and proluvial deposits. Using linear regression models we can forecast groundwater levels in the proluvial part of the aquifer by using groundwater levels from the alluvial part, but with a low level of accuracy. Cross-correlation method was used to determine the time delay between groundwater level changes in the proluvial part of the aquifer and the groundwater level changes in the alluvial part of the aquifer.

Keywords: hydraulic connection, Zagreb aquifer, correlation, regression, cross-correlation

Thesis contains 27 pages, 23 figures, 4 tables and 12 references.

Original in Croatian

Thesis deposited at: The Library of the Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering,  
Pierottijeva 6, Zagreb

Supervisor: Associate Professor Kristijan Posavec, PhD

Reviewers: Associate Professor Kristijan Posavec, PhD  
Full Professor Andrea Bačani, PhD  
Assistant Professor Željko Duić, PhD

Date of defense: September 19<sup>th</sup>, 2016.

## Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Istraživano područje .....	2
2.1. Opći podaci .....	2
2.2. Geologija.....	2
2.3. Hidrogeološke značajke .....	4
3. PODACI.....	6
4. Alati za obradu podataka.....	9
4.1. HOBOWare softver .....	9
4.2. Microsoft Excel.....	10
4.3. PAST.....	11
5. Metode obrade podataka .....	12
5.1. Korelacija.....	12
5.2. Regresija .....	13
5.3. Kroskorelacija.....	14
6. Rezultati obrade podataka .....	15
6.1. Rezultati obrade podataka metodom korelacije.....	15
6.2. Rezultati obrade podataka metodom linearne regresije.....	16
6.3. Rezultati obrade podataka metodom kroskorelacije.....	21
7. Zaključak.....	25
8. Literatura .....	26

## Popis slika

<b>Slika 2.1.</b> Geološka karta područja samoborskog i zagrebačkog vodonosnika. OGK List Zagreb, M 1:100 000 (Šikić i dr., 1972), OGK List Ivanić Grad M 1:100 000 (Basch, 1981), (preuzeto iz Kapuralić, 2013).....	3
<b>Slika 2.2.</b> Shematski profil zagrebačkog vodonosnog sustava (Posavec, 2006.).....	4
<b>Slika 2.3.</b> Rubne granice modela i granice otjecanja/dotjecanja (Bačani, 2009).....	5
<b>Slika 3.1.</b> Situacija piezometara .....	6
<b>Slika 3.2.</b> Piezometar Ž-8 i električni mjerač dubine do podzemne vode.....	7
<b>Slika 3.3.</b> Automatski mjerač tipa HOBO U20 Water Level Data Logger.....	7
<b>Slika 3.4.</b> Nivogrami svih piezometara za razdoblje od 11.6.2015. do 5.8.2015.....	8
<b>Slika 3.5.</b> Nivogrami svih piezometara za razdoblje od 1.8.2015. do 25.8.2015.....	8
<b>Slika 4.1.</b> Grafičko upravljačko sučelje softvera HOBOWare .....	9
<b>Slika 4.2.</b> Obrada podataka u Microsoft Excel-u .....	10
<b>Slika 4.3.</b> Obrada podataka u PAST-u .....	11
<b>Slika 6.1.</b> Linearni regresijski model Ž-8 / PM-1 .....	17
<b>Slika 6.2.</b> Linearni regresijski model Ž-9 / PM-1 .....	17
<b>Slika 6.3.</b> Linearni regresijski model Z-4 / PM-1 .....	18
<b>Slika 6.4.</b> Linearni regresijski model Ž-8 / PM-2 .....	19
<b>Slika 6.5.</b> Linearni regresijski model Ž-9 / PM-2 .....	19
<b>Slika 6.6.</b> Linearni regresijski model Z-4 / PM-2 .....	20
<b>Slika 6.7.</b> Kroskorelogram Ž-8 / PM-1 .....	21
<b>Slika 6.8.</b> Kroskorelogram Ž-9 / PM-1 .....	22
<b>Slika 6.9.</b> Kroskorelogram Z-4 / PM-1 .....	22
<b>Slika 6.10.</b> Kroskorelogram Ž-8 / PM-2 .....	23
<b>Slika 6.11.</b> Kroskorelogram Ž-9 / PM-2 .....	23
<b>Slika 6.12.</b> Kroskorelogram Z-4 / PM-2 .....	24

## Popis tablica

<b>Tablica 3.1.</b> Popis piezometara sa vrijednostima RPV za prvo mjerenje.....	6
<b>Tablica 6.1.</b> Rezultati obrade podataka metodom korelacije.....	16
<b>Tablica 6.2.</b> Rezultati obrade podataka metodom linearne regresije.....	20
<b>Tablica 6.3.</b> Rezultati kroskorelacijske analize podataka.....	24

# 1. Uvod

U ovom radu ispitana je hidraulička povezanost aluvijalnih i proluvijalnih naslaga zagrebačkog vodonosnika. Za potrebe rada mjerena je razina podzemne vode u 5 piezometara. Aluvijalne naslage vodonosnika predstavljene su trima piezometrima: Ž-8, Ž-9 i Z-4. U njima su mjerene razine podzemne vode jednosatnom učestalošću u razdoblju od 11.6.2015. do 25.8.2015. Proluvijalne naslage predstavljene su dvama piezometrima (PM-1 i PM-2) koji su smješteni na području Zoološkog vrta Zagreb. PM-1 i PM-2 izvedeni su u okviru istraživanja čiji je cilj bio određivanje vodonosnih naslaga za potrebe crpljenja Zoološkog vrta. Značaj dobre hidrauličke povezanosti između tog proluvijalnog, rubnog dijela vodonosnika s aluvijalnim dijelom je u napajanju za vrijeme sušnih razdoblja. U istraživanju je sudjelovao RGN fakultet. Razine podzemne vode u ta 2 piezometra mjerene su također jednosatnom učestalošću u razdoblju od 15.7.2015. do 25.8.2015.

Za ispitivanje hidrauličke povezanosti korištene su statističke metode i to: metoda korelacije, metoda regresije i metoda kroskorelacije. Obrađeni su vremenski nizovi podataka o razini podzemne vode u piezometrima za razdoblje od 1.8.2015. do 25.8.2015. Podaci do 1.8.2015. su neupotrebljivi zbog utjecaja pokusnog crpljenja u piezometrima PM-1 i PM-2.

Metodom korelacije dobiveni su koeficijenti korelacije koji ukazuju na stupanj povezanosti razine podzemne vode u parovima piezometara. Metodom regresije dobivene su jednadžbe pravaca kojima je ustanovljena linearna veza odnosno funkcionalna ovisnost za svaki ispitivani par podataka. Metodom kroskorelacije određeno je vrijeme zakašnjenja reakcije promjene razine podzemne vode u proluvijalnom dijelu vodonosnika na promjenu razine podzemne vode u aluvijalnom dijelu vodonosnika.



## **2. Istraživano područje**

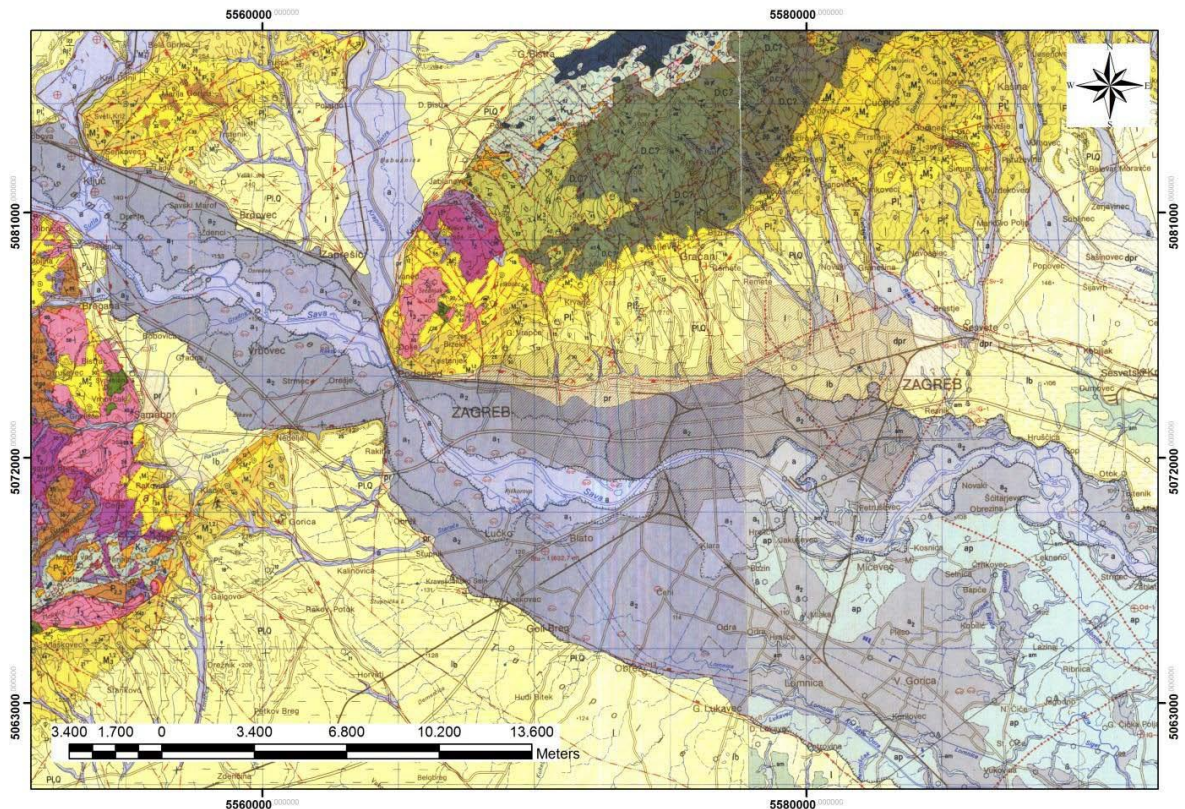
### **2.1. Opći podaci**

Zagrebački vodonosnik nalazi se na području grada Zagreba, na površini od oko 350 km<sup>2</sup> od Podsuseda na zapadu pa do Rugvice na istoku, te od Medvednice na sjeveru do Vukomeričkih Gorica na jugu. Smjer pružanja vodonosnika je sjeverozapad – jugoistok u dužini od oko 30 km i s prosječnom širinom od 10 – 15 km. Debljina naslaga iznosi 5 – 10 metara u zapadnim dijelovima pa sve do stotinjak metara u istočnim dijelovima sustava (Posavec, 2006). Vodonosnikom protječe rijeka Sava. Podzemna voda vodonosnika koristi se za opskrbu pitkom vodom oko 850 000 stanovnika, a u najvećoj mjeri se dobiva crpljenjem na 6 aktualnih crpilišta (Posavec, 2006). Za vrijeme dužih sušnih perioda u vodoopskrbi se povremeno uključuju i manja crpilišta koja su inače isključena iz vodoopskrbe.

### **2.2. Geologija**

Zagrebački vodonosni sustav kvartarne je starosti (Slika 2.1). Taložen je tijekom gornjeg i srednjeg pleistocena i holocena (Velić i Durn, 1993). To područje je tijekom srednjeg i gornjeg pleistocena bilo jezersko i močvarno, a okolno gorje (Medvednica, Marijagorička brda i Žumberačko gorje) bilo je kopno podložno intenzivnoj eroziji i denudaciji. Početkom holocena, tektonski i klimatski procesi omogućili su prodor rijeke Save; čime je započeo transport materijala s područja Alpa (Velić i Durn, 1993). Intenzitet transporta materijala mijenjao su uslijed klimatskih promjena i to tako da je bio veći za vrijeme toplih i vlažnih razdoblja, dok se za vrijeme suhih i hladnih smanjivao.

Uz klimatske promjene, na procese taloženja utjecali su i tektonski procesi (Velić et al., 1999). Takvi uvjeti taloženja rezultirali su izrazitom heterogenosti i anizotropijom vodonosnika te neujednačenom debljinom naslaga. Analizom litoloških podataka iz bušotina izdvojena su tri litofacijesa (Blašković i Dragičević, 1989); stoga razlikujemo proluvijalni, aluvijalni i jezersko barski litofacijes.



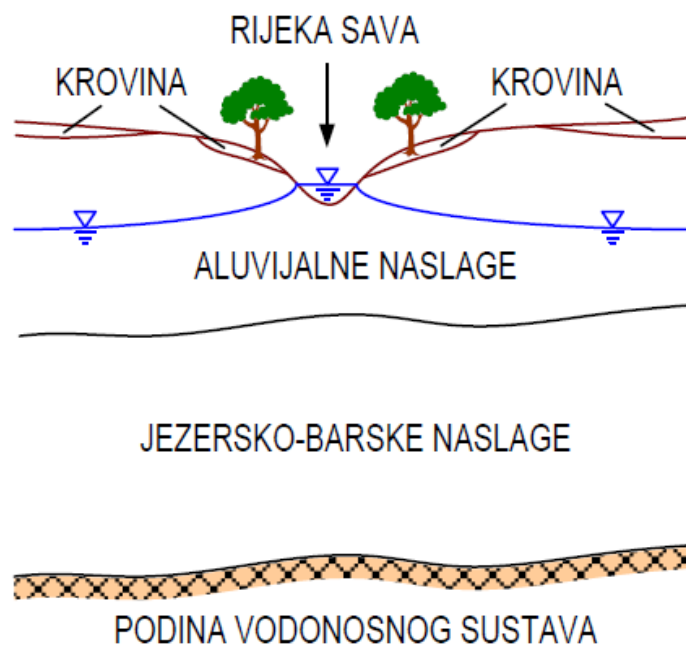
**Slika 2.1.** Geološka karta područja samoborskog i zagrebačkog vodonosnika. OGK List Zagreb, M 1:100 000 (Šikić i dr., 1972), OGK List Ivanić Grad M 1:100 000 (Basch, 1981), (preuzeto iz Kapuralić, 2013)

*Tumač oznaka: a – aluvij: šljunci, pijesci i gline; pr – proluvij: šljunci, pijesci, gline; a<sub>1</sub> – najniža terasa: šljunci, pijesci, podređeno gline; a<sub>2</sub> – srednja terasa: šljunci, pijesci; a<sub>3</sub> – najviša terasa: vapnenački konglomerati; l – kopneni beskarbonatni les: glinoviti silt; l<sub>b</sub> – barski les: siltozne gline; Pl, Q – šljunci, pijesci, gline (plioleistocen); Pl<sub>1</sub><sup>2</sup> – pijesci, pjeskoviti i glinoviti lapori, gline (gornji pont); Pl<sub>1</sub><sup>1</sup> – lapori, laporovite gline, podređeno pijesci, pješčenjaci, šljunci i konglomerati (donji pont); <sup>2</sup>M<sub>3</sub><sup>1,2</sup> – vapnoviti lapori, podređeno pijesci, pješčenjaci, šljunci i konglomerati (gornji panon); <sup>1</sup>M<sub>3</sub><sup>1,2</sup> – laporoviti vapnenci, vapnoviti lapori, podređeno pijesci i pješčenjaci (donji panon); M<sub>3</sub><sup>1,2</sup> – vapnoviti lapori, pijesci, pješčenjaci, konglomerati i breče (panon); <sup>1</sup>M<sub>3</sub><sup>1</sup> – vapnoviti, glinoviti i kremični lapori, laporoviti vapnenci i pješčenjaci (donji sarmat); <sup>2</sup>M<sub>2</sub><sup>2</sup> – organogeni i bioklastični vapnenci, pješčenjaci, vapnoviti i glinoviti lapori (gornji torton); <sup>1</sup>M<sub>2</sub><sup>2</sup> – vapnoviti lapori i pješčenjaci, bioklastični vapnenci (donji torton); aqa – dacitoandeziti; <sup>1</sup>M<sub>2</sub><sup>1</sup> – konglomerati, šljunci, pijesci, gline, ugljen (donji helvet); Pc – breče, konglomerati, pješčenjaci, lapori, grebenski i bioklastični vapnenci (paleocen); <sup>3,4</sup>K<sub>2</sub><sup>3</sup> – breče, konglomerati, vapnenci, lapori, pješčenjaci (kampan-mastriht); K<sub>2</sub> – breče, konglomerati, šejli, lapori, karbonatni klastiti, vapnenci, rožnjaci; K<sub>1,2</sub> – pješčenjaci, šejli, vapnenci, rožnjaci (apt-turon); ββ – dijabazi i spiliti; v – gabri; J<sub>3</sub> – vapnenci, silificirani vapnenci, rožnjaci; J<sub>1,2</sub> – vapnenci, vapnenačke breče, silificirani vapnenci, rožnjaci, podređeno dolomiti; T, J – vapnenci, dolomitično vapnenci (retolijas); T<sub>3</sub> – dolomiti, podređeno vapnenci, dolomitični vapnenci i šejli; T<sub>2</sub> – dolomiti, podređeno vapnenci,*

lapori, rožnjaci, tufovi i tufiti;  $T_1$  – pješčenjaci, siltiti, vapnenci, podređeno dolomiti i vapnoviti lapori;  $P, T$  – pješčenjaci, šejli, siltiti, gips;  $P_{2,3}$  – brečokonglomerati, konglomerati, pješčenjaci, šejli silit, vapnenci, dolomiti, gips;  $P_1?$  – mramori, mramorni škriljci, kvarc-sericitni i kvarc-kloritni škriljci;  $D, C?$  – ortometamorfiti;  $D, C$  – parametamorfiti.

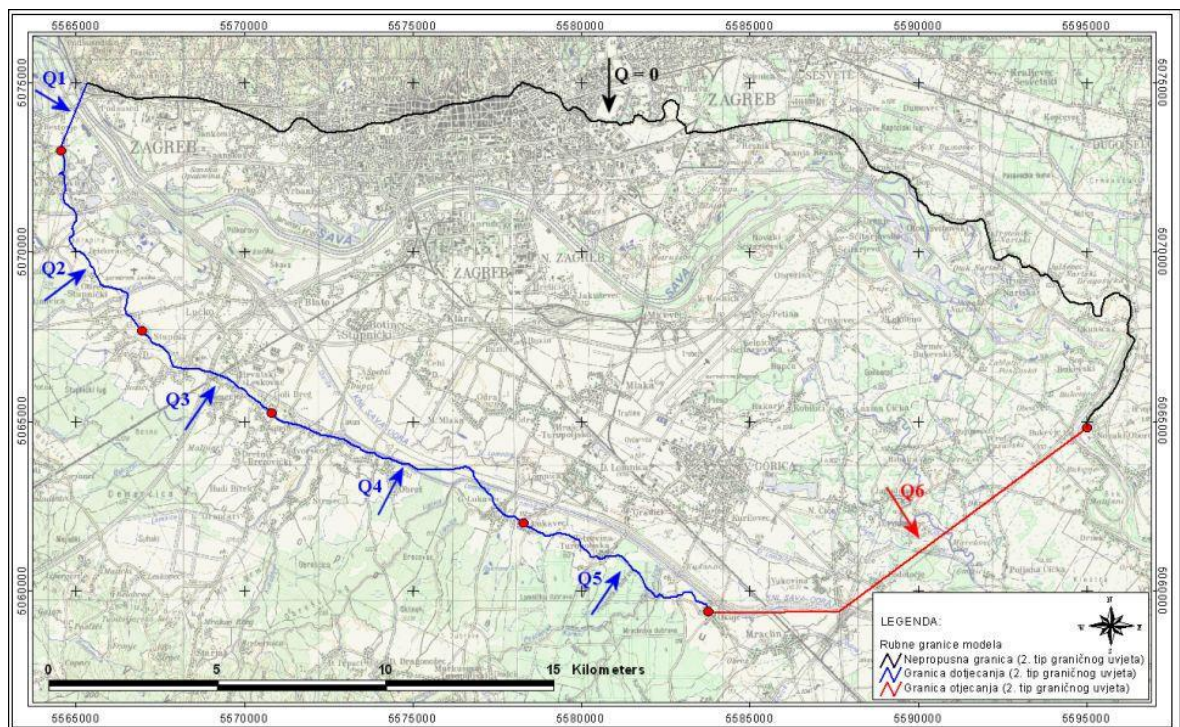
### 2.3. Hidrogeološke značajke

Zagrebački vodonosnik je otvoreni vodonosnik što znači da mu gornju granicu saturacije čini vodna ploha pod atmosferskim tlakom. Podinu vodonosnika čine slabo propusne naslage. Na shematskom profilu vodonosnika (Slika 2.2) razlikujemo 2 vodonosna sloja. U prvom sloju dominiraju aluvijalne naslage rijeke Save (srednje do fino zrnati šljunak i pijesak s proslojcima gline i praha), dok je drugi sastavljen pretežito od jezersko barskih – naslaga (šljunak i pijesak s lećama silita i glina). Debljina prvog vodonosnog sloja kreće se od 5 do 10 metara na zapadu do 40 metara na istoku. Drugi vodonosni sloj u svom zapadnom dijelu debljine je oko 20 metara, dok mu u istočnom dijelu debljina iznosi 60 metara. U krovini se nalaze pijesci ili sitnozrne gline debljine oko 3 metra (negdje i manje) dok u podini vodonosnog sloja nalazimo sivo – plave i sivo – zelene gline, različite plastičnosti, u kojoj se javljaju vapnene konkrekcije, a registrirana je i pojava treseta.



**Slika 2.2.** Shematski profil zagrebačkog vodonosnog sustava (Posavec, 2006.)

U hidrauličkom smislu – rubne granice vodonosnika čine: nepropusna granica na sjeveru, grana dotjecanja na zapadu, granica dotjecanja na jugu te granica otjecanja na istoku (Slika 2.3). Generalni smjer toka podzemne vode je od zapada prema istoku/jugoistoku (Bačani, 2009). Prema Posavec (2006) napajanje vodonosnika se u najvećoj mjeri ostvaruje infiltracijom iz rijeke Save, infiltracijom oborina, infiltracijom iz propusne vodoopskrbne i kanalizacijske mreže, dotjecanjem po zapadnoj granici iz susjednog samoborskog vodonosnika te dotjecanjem po južnoj granici vodonosnika s područja Vukomeričkih Gorica. Za vrijeme visokih voda rijeka Sava napaja vodonosnik duž cijeloga toka, dok za vrijeme srednjih i niskih voda na pojedinim dijelovima toka dolazi do dreniranja vodonosnika što nepovoljno utječe na razine podzemne vode (Posavec, 2006).



**Slika 2.3.** Rubne granice modela i granice otjecanja/dotjecanja (Bačani i Posavec, 2009)

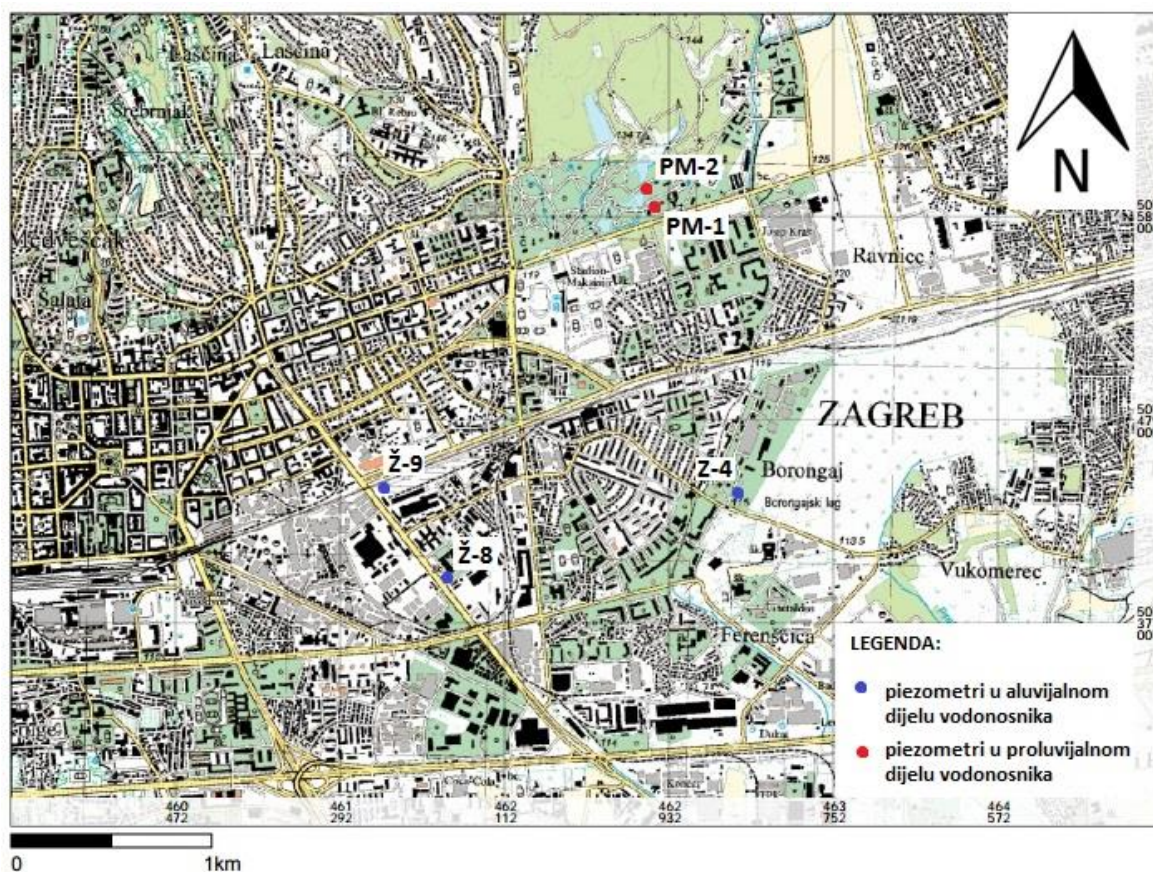
Sava je svojim koritom usječena u aluvijalne holocenske naslage u kojima dominiraju šljunci izrazito visoke hidrauličke vodljivosti. U zapadnim predjelima vodonosnika hidraulička vodljivost je vrlo visoka i premašuje 3000 m/dan, dok u smjeru istoka opada i do ispod 1000 m/dan (Urumović i Mihelčić, 2000). Transmisivnost vodonosnika doseže vrijednost do oko 50000 m<sup>2</sup>/dan.

### 3. PODACI

U radu su korišteni podaci o razinama podzemne vode iz piezometara Ž-8, Ž-9, Z-4, PM-1 te PM-2 (Slika 3.1 i tablica 3.1). Mjerenja u piezometrima obavio je Rudarsko-geološko-naftni fakultet. Mjerenja su izvedena postavljanjem automatskih mjerača za kontinuirano motrenje razine i temperature podzemne vode, odnosno „logera“ (Slika 3.3).

**Tablica 3.1.** Popis piezometara sa vrijednostima RPV za prvo mjerenje

Oznaka	RPV [m n.m.] za 1.8.2015 u 0:00 sati
Ž-8	104,08
Ž-9	105,18
Z-4	101,77
PM-1	102,07
PM-2	102,07



**Slika 3.1.** Situacija piezometara

U piezometar Ž-8 (Slika 3.2) postavljena su dva mjerača: jedan uronjen i jedan neuronjen. Uronjeni mjerac mjerio je apsolutni tlak (sumu stupca tlaka zraka i stupca tlaka vode) i temperaturu vode. Neuronjeni mjerac je mjerio samo atmosferski tlak i njegova mjerenja iskorištena su za barometarsku kompenzaciju. U svaki od preostalih piezometara postavljen je po jedan uronjen mjerac. Mjerac kontinuirano vrši mjerenja (tlak i temperatura) u zadanim intervalima (u ovom slučaju svaki puni sat) i pohranjuje podatke na svoju memoriju. Ti podaci se uz pomoć softvera mjeraca kasnije pohranjuju na računalo. Nakon toga se pretvaraju u razinu vode u jedinicama apsolutne visine (m n.m.) i transformiraju iz izvornog tekstualnog formata (.TXT) u željeni format (u ovom slučaju .xls) za daljnju obradu.

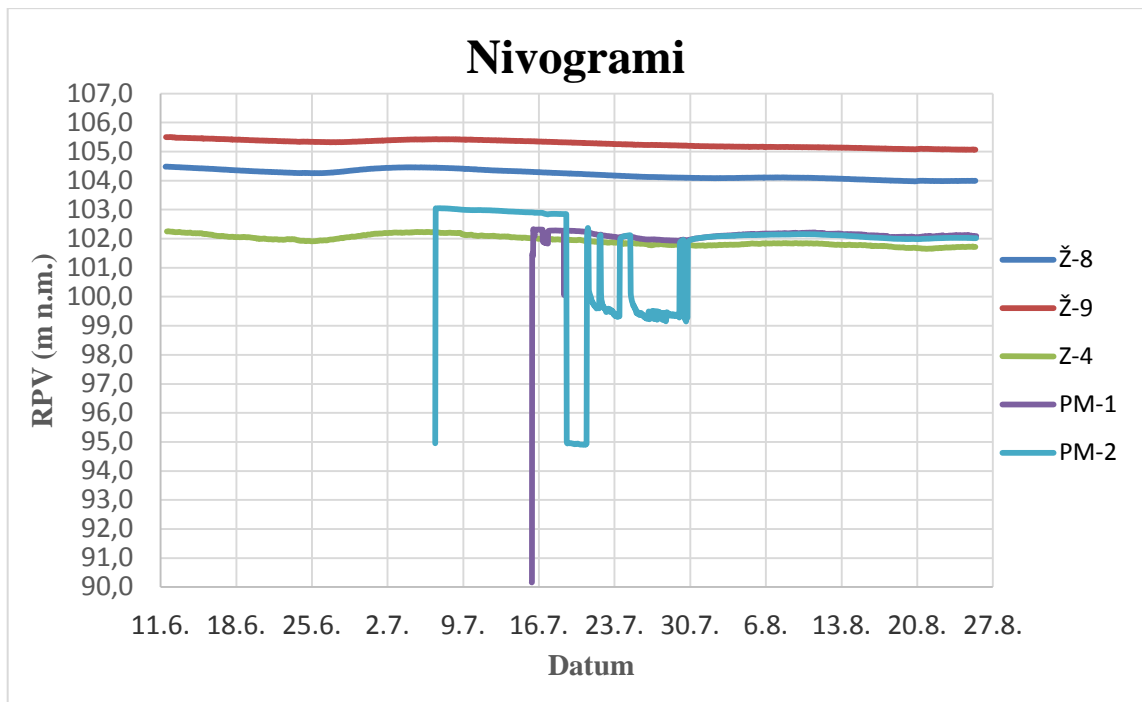
Mjerenja u piezometrima Ž-8, Ž-9 i Z-4 započela su 11.6.2015., mjerenja u piezometru PM-1 započela su 15.7.2015., a mjerenja u piezometru PM-2 počela su 6.7.2015. Razlog neistovremenog početka mjerenja leži u tome što su piezometri PM-1 i PM-2 bili u izvedbi i stoga postavljanje mjeraca u njih nije bilo moguće. Zbog pokusnih crpljenja u piezometrima PM-1 i PM-2 dio podatka je neupotrebljiv za statističku obradu (Slika 3.4). Stoga su u statističkim obradama podataka korištena satna mjerenja za razdoblje od 1.8.2015. do 25.8.2015 (Slika 3.5).



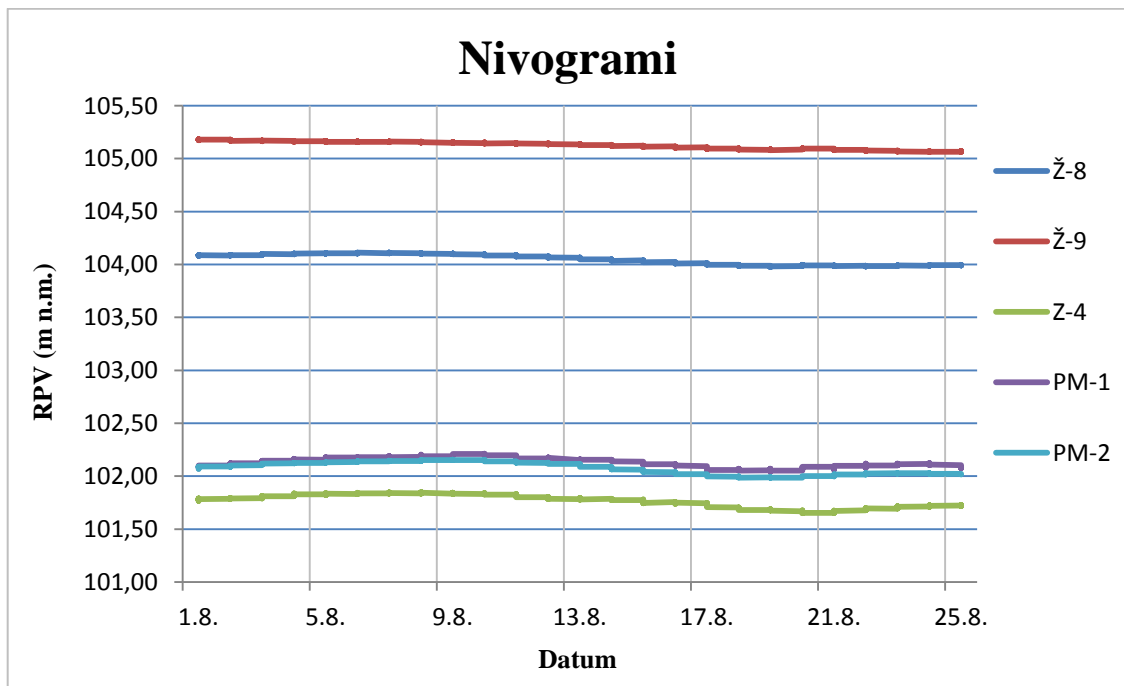
**Slika 3.2.** Piezometar Ž-8 i električni mjerac dubine do podzemne vode



**Slika 3.3.** Automatski mjerac tipa HOB0 U20 Water Level Data Logger



**Slika 3.4.** Nivogrami svih piezometara za razdoblje od 11.6.2015. do 25.8.2015.



**Slika 3.5.** Nivogrami svih piezometara za razdoblje od 1.8.2015. do 25.8.2015.

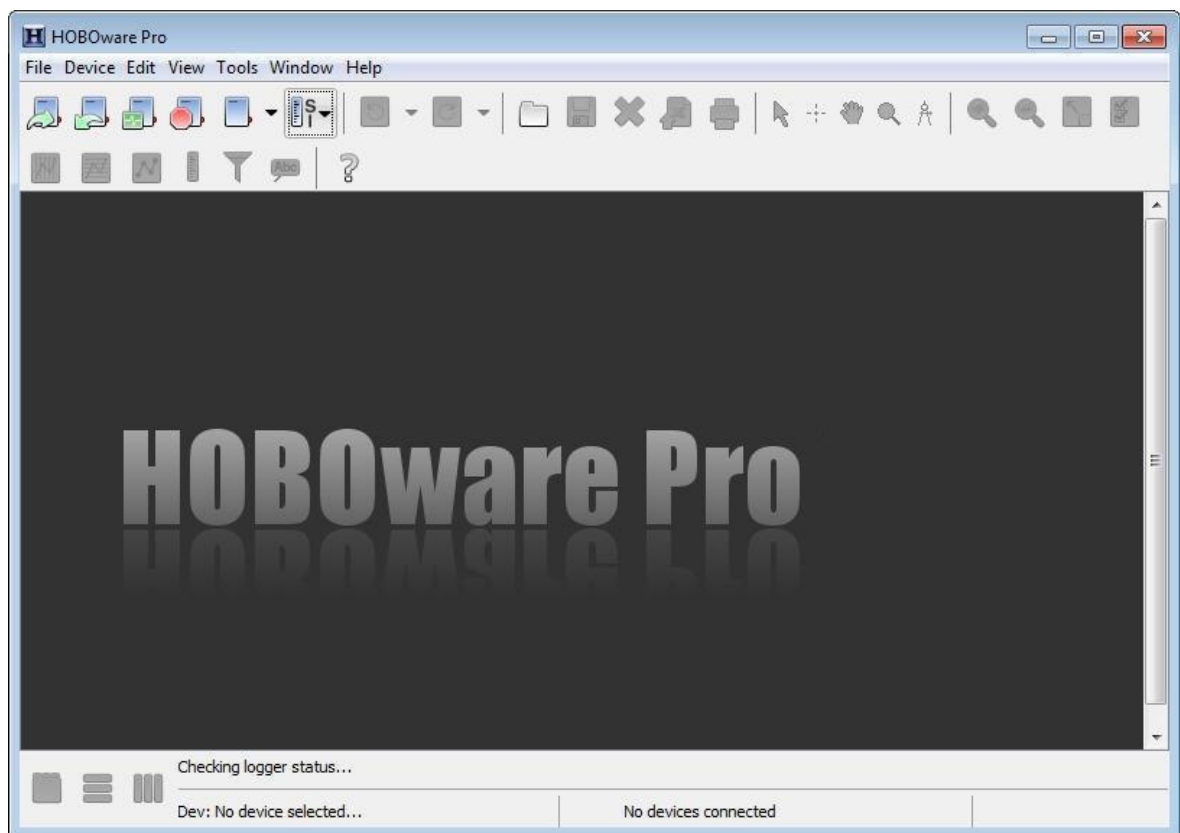
## 4. Alati za obradu podataka

### 4.1. HOBOWare softver

HOBOWare je glavni softverski paket za HOBO automatske mjerače. Služi za upravljanje mjeračima i podacima koji su prikupljeni radom istih (Slika 4.1). Sadrži širok spektar opcija.

U svrhu izrade ovog rada softver je korišten za programiranje i pokretanje uređaja, za očitavanje podataka mjerenja, njihovu obradu i pretvorbu.

Prije postavljanja uređaja u piezometre pomoću softvera smo provjerili njihovu ispravnost, zadali vrijeme početka mjerenja i intervale u kojima će se mjerenja ponavljati. Nakon vađenja uređaja i po završetku mjerenja, pomoću softvera smo očitali podatke i obradili ih. Načinjena je barometarska kompenzacija i tlakovi su preračunati u jedinice nadmorske visine. Na kraju su podaci pretvoreni iz izvornog „.txt“ oblika u „.xls“ oblik da bismo ih dalje mogli obrađivati u Microsoft Excelu.



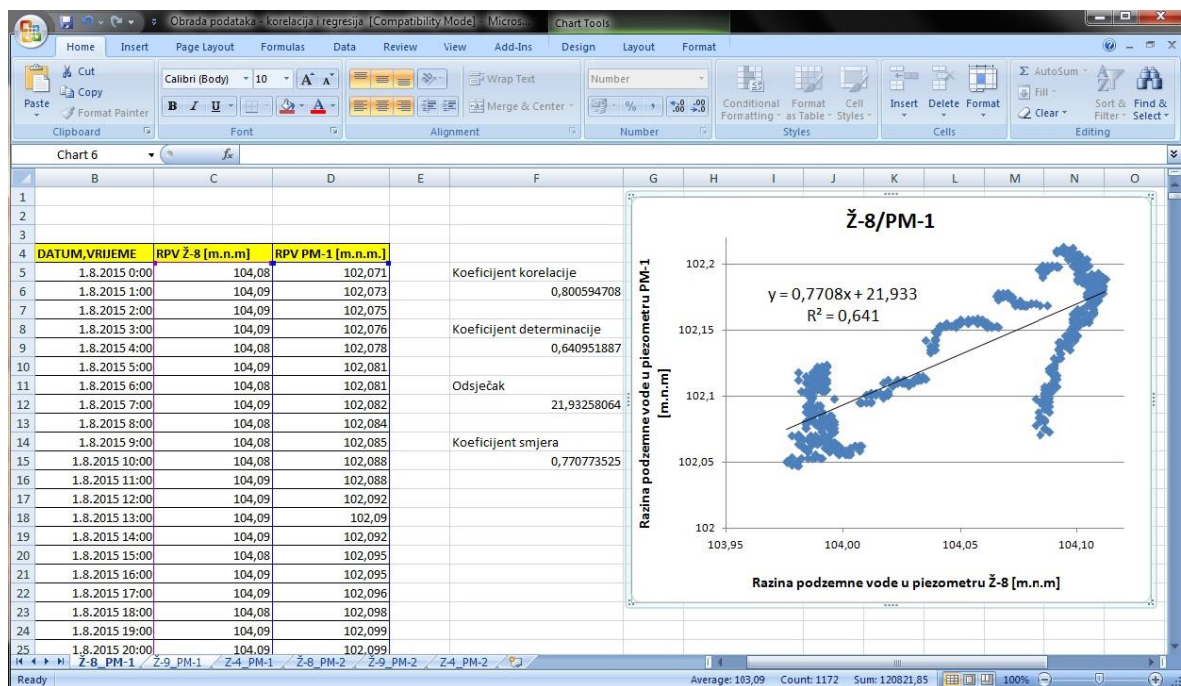
Slika 4.1. Grafičko upravljačko sučelje softvera HOBOWare



## 4.2. Microsoft Excel

Microsoft Excel je interaktivni računalni program za organizaciju, obradu i pohranjivanje podataka u tabličnom obliku. Neke od osnovnih značajki su računanje, grafički alati i programski jezik. Program koristi rešetku ćelija koje su uređene u numerirane redove i slovima imenovane stupce za organizaciju podataka. Tako organiziranim podacima se može manipulirati. Ima velik broj funkcija koje se mogu koristiti u različite svrhe. Podaci se grafički mogu prikazivati na različite načine. Excel svom korisniku dopušta primjenu različitih matematičkih formula i numeričkih metoda.

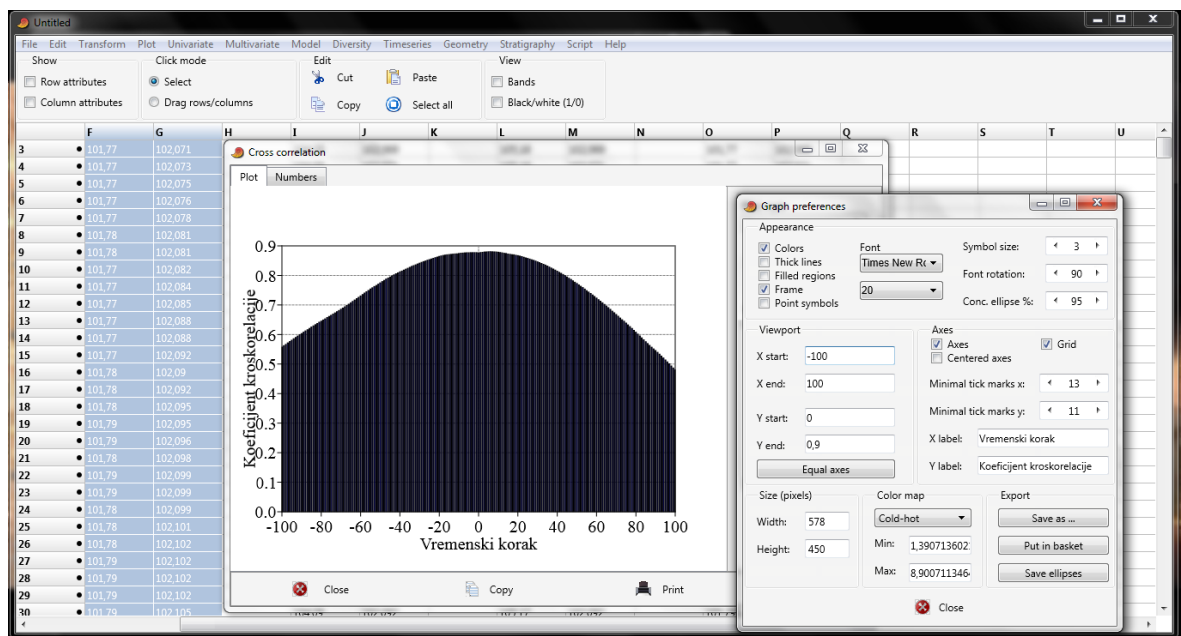
Za potrebe izrade ovog rada, Excel je korišten za organizaciju podataka, njihov grafički prikaz, obradu podataka i grafički prikaz rezultata. U Excelu su provedene metoda korelacije i metoda regresije (Slika 4.2).



Slika 4.2. Obrada podataka u Microsoft Excel-u

### 4.3. PAST

PAST je nekomercijalni računalni program za znanstvenu analizu podataka, koji sadrži široki paket statističkih i grafičkih algoritama. Iako je dizajniran za paleontologe, zbog svojih brojnih funkcija, ovaj program ima korisnike u mnogim znanstvenim disciplinama. Podaci se u PAST-u unose u proračunske tablice, a mogu se otvoriti i podaci koji su unešeni, organizirani i pohranjeni u nekom drugom programu za tablično računanje (npr. u Microsoft Excel-u). Instalacija je brza i jednostavna. Korisnik se brzo prilagođava i jednostavan je za korištenje te je efikasan. U jako kratkom vremenu može generirati statističku analizu. Što se tiče kvalitete izračuna, identična je onoj koju nude klasični (komercijalni) znanstveni softveri za statističku analizu.



Slika 4.3. Obrada podataka u PAST-u

Za izradu ovog diplomskog, PAST je korišten za kroskorelacijsku analizu vremenskih nizova razine podzemne vode (Slika 4.3).

## 5. Metode obrade podataka

Vremenski nizovi podataka obrađeni su statističkim metodama korelacije, regresije i kroskorelacije.

### 5.1. Korelacija

Metodom korelacije ispitujemo povezanost i jačinu veze između različitih pojava koje su predstavljene vrijednostima dviju varijabli. Na osnovi same korelacije ne može se ništa zaključivati o uzročno – posljedičnom odnosu među varijablama. Najjednostavniji oblik primjene ove metode je kada su varijable u linearnom odnosu.

Stupanj i smjer korelacije pokazuje nam koeficijent korelacije “r”. On ne ovisi o jedinicama mjere u kojima su iskazane vrijednosti varijabli. Za različite slučajeve koriste se različiti koeficijenti korelacije. U praksi se prilikom rada s linearnim modelima najčešće koristi Pearsonov koeficijent korelacije. Vrijednost koeficijenta korelacije kreće se od -1 do +1.

Jednadžba za koeficijent korelacije glasi:

$$r(x, y) = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2 \sum(y-\bar{y})^2}} \quad (5-1)$$

pri čemu su x i y vrijednosti podataka koje obrađujemo dok su  $\bar{x}$  i  $\bar{y}$  aritmetičke sredine uzorka podataka (Ratkaj, 2014).

Prema Petzu (2004) možemo grubo aproksimirati razinu povezanosti – koeficijent korelacije:

- r od ± 0,00 do ± 0,20 je nikakva ili neznatna povezanost
- r od ± 0,20 do ± 0,40 je laka povezanost
- r od ± 0,40 do ± 0,70 je značajna povezanost
- r od ± 0,70 do ± 1,00 je visoka ili vrlo visoka povezanost (matematička)

Pozitivan (+) smjer korelacije pokazuje da porast vrijednosti varijable X prati porast vrijednosti varijable Y. Isto tako da opadanje vrijednosti varijable X prati opadanje vrijednosti varijable Y.

Negativan (-) smjer korelacije pokazuje da porast vrijednosti varijable X prati opadanje vrijednosti varijable Y i obratno.

## 5.2. Regresija

Regresijskom analizom ispitujemo funkcionalnu ovisnost jedne pojave o drugoj ili više njih. Pojave su kao i u prethodnoj metodi predstavljene varijablama. Varijable mogu biti nezavisne (X) i zavisne (Y). Zavisna varijabla je ona koju promatramo i čije promjene objašnjavamo pomoću drugih, nezavisnih varijabli.

Utjecaj jedne nezavisne varijable (ili više njih) na vrijednost zavisne varijable možemo matematički izraziti. Takav izraz nazivamo regresijskim modelom koji ima oblik:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k) + \varepsilon \quad (5-2)$$

Iako regresijskim modelom izražavamo funkcionalnu zavisnost među pojavama (varijablama) on sadrži i stohastičku komponentu ( $\varepsilon$ ).

Model koji izražava vezu između zavisne i jedne nezavisne varijable nazivamo jednostavni regresijski model. Ako model izražava vezu između zavisne i dviju ili više nezavisnih varijabli, riječ je o modelu višestruke regresije. Regresijski modeli mogu izražavati linearne i nelinearne veze između promatranih varijabli.

Najjednostavniji regresijski model je model jednostavne linearne regresije:

$$y = ax + b \quad (5-3)$$

gdje je:  $y$  = najvjerojatniji rezultat varijable  $y$  za određeni rezultat varijable  $x$ ,  $a$  = koeficijent nagiba,  $b$  = odsječak na osi  $y$ .

Ovakvim modelom pokušavamo objasniti veličinu  $y$  preko samo jedne veličine ( $x$ ), a svi ostali utjecaji se zanemaruju. Takav pristup je u praksi opravdan jer ionako nismo u mogućnosti uvrstiti sve utjecaje na  $y$ .

Polazna točka u regresijskoj analizi je dijagram raspršenja. Na njemu se grafički prikazuju točke u koordinatnom sustavu. Točke predstavljaju niz uređenih parova rezultata mjerenja. Na os  $x$  nanose se vrijednosti za varijablu  $x$ , a na os  $y$  vrijednosti za  $y$ .

Već samim pogledom na dijagram, na temelju rasporeda točaka možemo uočiti postojanje veze među varijablama, njen oblik, smjer i jačinu. Na dijagram se crta pravac, u slučaju linearne regresije, koji na neki način opisuje sve točke. Taj pravac naziva se pravac regresije ili regresijski pravac i oblika je jednadžbe (5-3). Njegova reprezentativnost se izražava koeficijentom determinacije “ $R^2$ ” koji je algebarski ekvivalentan koeficijentu korelacije.

### 5.3. Kroskorelacija

Kroskorelacija je statistička metoda kojom se određuje stupanj povezanosti dvaju vremenskih nizova podataka. Takvom usporedbom vremenskih nizova podataka dobivaju se podaci o jakosti veze između dva niza kao i vremenski zaostatak, odnosno razmak među varijablama u poziciji njihove maksimalne usklađenosti. Koeficijent kroskorelacije računa se na isti način kao i koeficijent linearne korelacije (Davis, 2002).

Kroskorelacija je korelacija između dvije vremenske serije koje su jedna u odnosu na drugu relativno pomaknute u vremenu. Zakašnjenje reakcije je karakteristika mnogih prirodnih fizikalnih sustava. Kroskorelacijska analiza bitna je u proučavanju odnosa između vremenskih serija jer jedna serija može imati zakašnjelu reakciju prema drugoj seriji. Funkcija kroskorelacije dvije vremenske serije je koeficijent kroskorelacije kao funkcija vremenskog koraka tj. zaostajanja (engl. *laga*). U pojedinom vremenskom koraku funkciju kroskorelacije možemo promatrati kao koeficijent korelacije dvije vremenske serije, od kojih je jedna pomaknuta za određen broj vremenskih jedinica.

Kroskorelacijska analiza se provodi tako da se za svaki vremenski korak računa koeficijent korelacije, odnosno kroskorelacije. Koeficijenti se grafički prikazuju na korelogramu, odnosno kroskorelogramu. Korelogram se crta tako da se u koordinatnom sustavu na x os nanose vremenski koraci, a na y os koeficijenti. Na korelogramu uočavamo za koji smo vremenski korak dobili najveći koeficijent kroskorelacije te njegov iznos. Vremenski korak s najvećim koeficijentom kroskorelacije je vrijeme zakašnjenja reakcije kad su vremenske serije u najvećem skladu.

## 6. Rezultati obrade podataka

### 6.1. Rezultati obrade podataka metodom korelacije

Korelacijska metoda provedena je u računalnom programu Microsoft Excel. Rezultati analize su koeficijenti korelacije u tablici 6.1 prikazani su ispitivani odnosi (korelirani parovi), dobiveni koeficijenti korelacije i gruba aproksimacija razine povezanosti - koeficijenta korelacije prema Petzu (2004).

Korelacijom podataka o razini podzemne vode u piezometru Ž-8 i piezometru PM-1 dobiven je koeficijent korelacije 0,8. Takav koeficijent korelacije interpretira se kao visoka ili vrlo visoka povezanost (matematička), odnosno ovisnost između varijabli. Drugim riječima, ovakav koeficijent korelacije nam govori da razina podzemne vode u piezometru PM-1 uvelike ovisi o razini podzemne vode u piezometru Ž-8. Pozitivan smjer korelacije (predznak) pokazuje da porast razine podzemne vode u piezometru Ž-8 prati porast razine podzemne vode u piezometru PM-1. Isto tako, pad razine podzemne vode u piezometru Ž-8 prati pad razine podzemne vode u piezometru PM-1.

Korelacijom razina podzemne vode u piezometru Ž-9 i PM-1 dobiven je koeficijent korelacije 0,63 koji se interpretira kao značajna povezanost. Smjer korelacije je pozitivan kao i u prethodno koreliranom paru piezometara. Dakle, porast razine podzemne vode u piezometru Ž-9 prati porast razine podzemne vode u piezometru PM-1. Isto tako, pad razine podzemne vode u piezometru Ž-9 prati pad razine podzemne vode u piezometru PM-1.

Korelacijom razine podzemne vode u piezometru Z-4 i PM-1 dobiven je koeficijent korelacije 0,88. Vrijednost i predznak ovog koeficijenta korelacije nam ukazuje na vrlo visoku povezanost između porasta odnosno pada razine podzemne vode u piezometru Z-4 i porasta odnosno pada razine podzemne vode u piezometru PM-1.

Korelacijom razine podzemne vode u piezometru Ž-8 i PM-2 dobiven je koeficijent korelacije 0,95. Razina povezanosti i u ovom slučaju vrlo je visoka. Za korelirani par Ž-9 i PM-2 dobiven je koeficijent 0,85 i na kraju je dobiven koeficijent korelacije u iznosu od 0,96 za par piezometara Z-4 i PM-2.

**Tablica 6.1.** Rezultati obrade podataka metodom korelacije

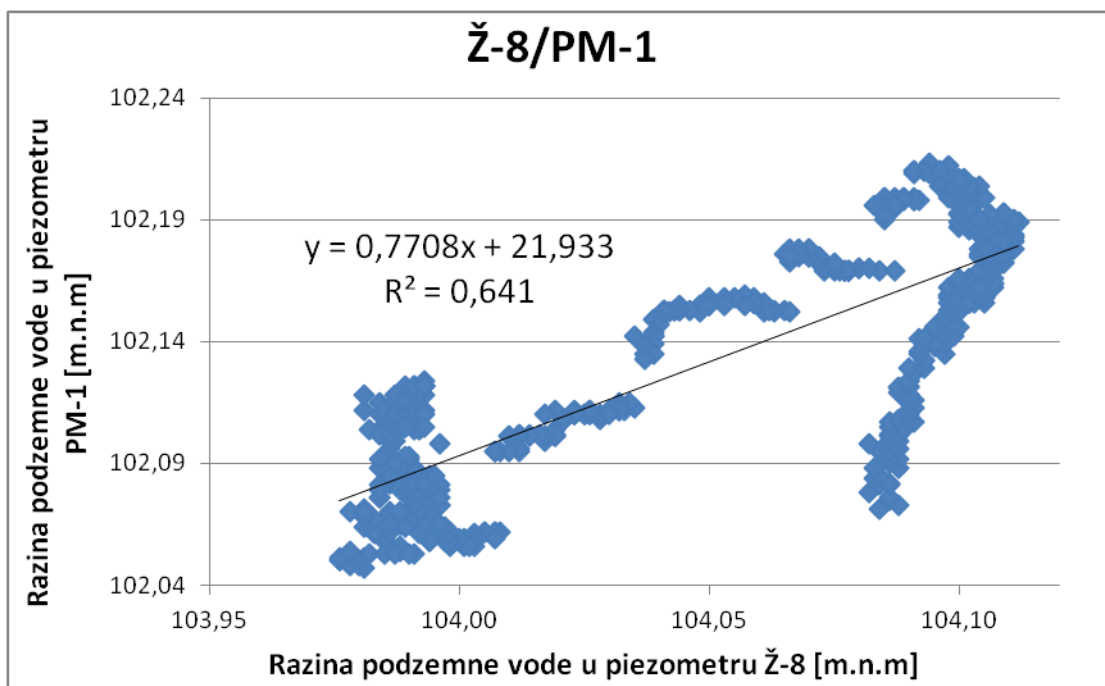
Odnos	Koeficijent korelacije $r$	Razina povezanosti (Petz, 2004)
Ž-8/PM-1	0,80	visoka ili vrlo visoka
Ž-9/PM-1	0,63	značajna
Z-4/PM-1	0,88	visoka ili vrlo visoka
Ž-8/PM-2	0,95	visoka ili vrlo visoka
Ž-9/PM-2	0,85	visoka ili vrlo visoka
Z-4/PM-2	0,96	visoka ili vrlo visoka

## 6.2. Rezultati obrade podataka metodom linearne regresije

Metodom linearne regresije obrađeni su podaci o razini podzemne vode u parovima piezometara. Analiza je provedena u računalnom programu Microsoft Excel. Parovi rezultata mjerenja razine podzemne vode prikazani su kao točke u koordinatnom sustavu. Na osi X nanošeni su rezultati mjerenja iz po jednog od piezometra koji predstavljaju nezavisne varijable (Ž-8, Ž-9, Z-4). Na osi Y nanošeni su rezultati mjerenja iz po jednog od piezometara koji predstavljaju zavisne varijable (PM-1, PM-2). U koordinatnom sustavu točke su opisane pravcem i njemu pripadajućom jednadžbom. Pomoću jednadžbe pravca regresije moguće je izračunati razinu vode u piezometru Y ako znamo razinu vode u piezometru X. Uz jednadžbu pravca dobiven je i koeficijent determinacije  $R^2$ , koji ukazuje na točnost razina dobivenih izračunom iz jednadžbe pravca.

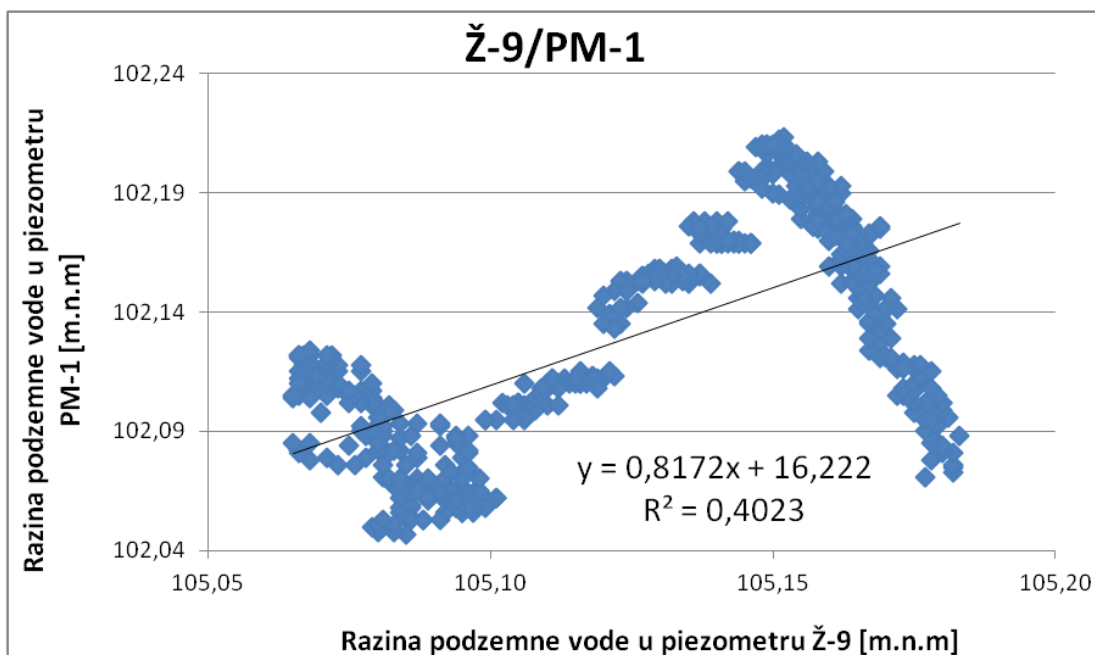
Parovi podataka i rezultati njihove obrade metodom linearne regresije u obliku jednadžbi pravaca i koeficijenta determinacije prikazani su u tablici 6.2.

Analizom razine podzemne vode za par piezometara Ž-8 i PM-1 dobivena je jednadžba pravca  $y = 0,7708x + 21,933$  te koeficijent determinacije  $R^2 = 0,64$ . Vrijednost koeficijenta determinacije nam ne ukazuje na vrlo precizno izračunavanje razine podzemne vode u piezometru PM-1 na temelju razine podzemne vode u piezometru Ž-8 (Slika 6.1).



**Slika 6.1.** Linearni regresijski model Ž-8 / PM-1

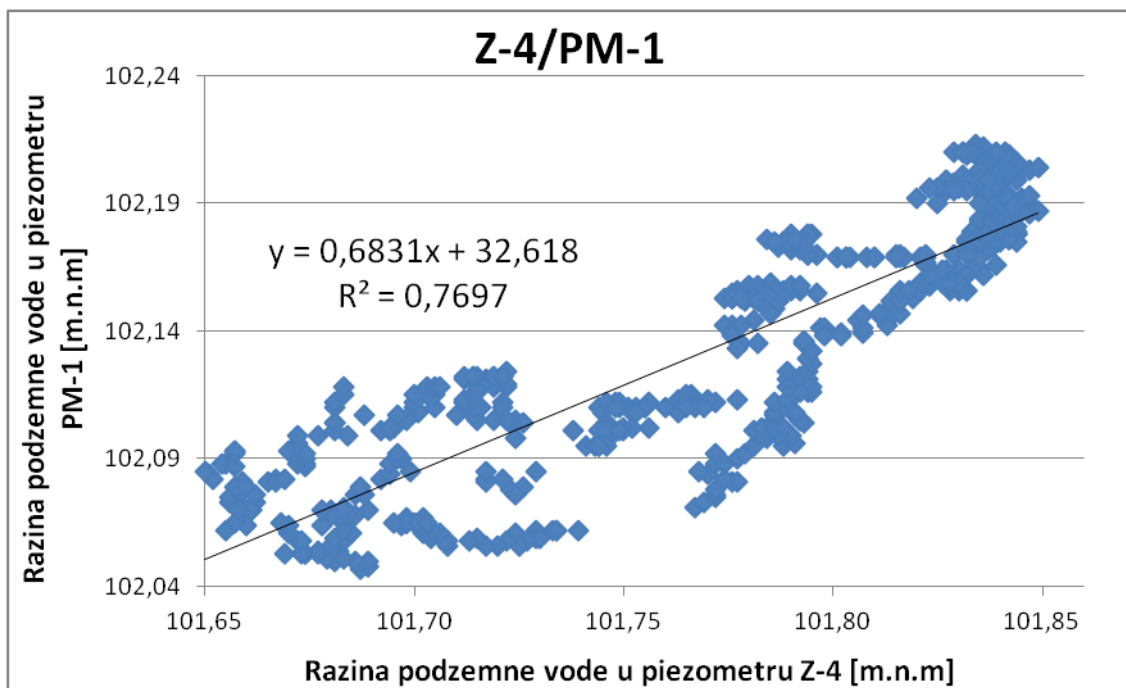
Analizom razine podzemne vode za par piezometara Ž-9 i PM-1 dobivena je jednadžba pravca  $y = 0,8172x + 16,222$  te koeficijent determinacije  $R^2 = 0,4$ . Vrijednost koeficijenta determinacije nam ne ukazuje na precizno izračunavanje razine podzemne vode u piezometru PM-1 na temelju razine podzemne vode u piezometru Ž-9 (Slika 6.2).



**Slika 6.2.** Linearni regresijski model Ž-9 / PM-1

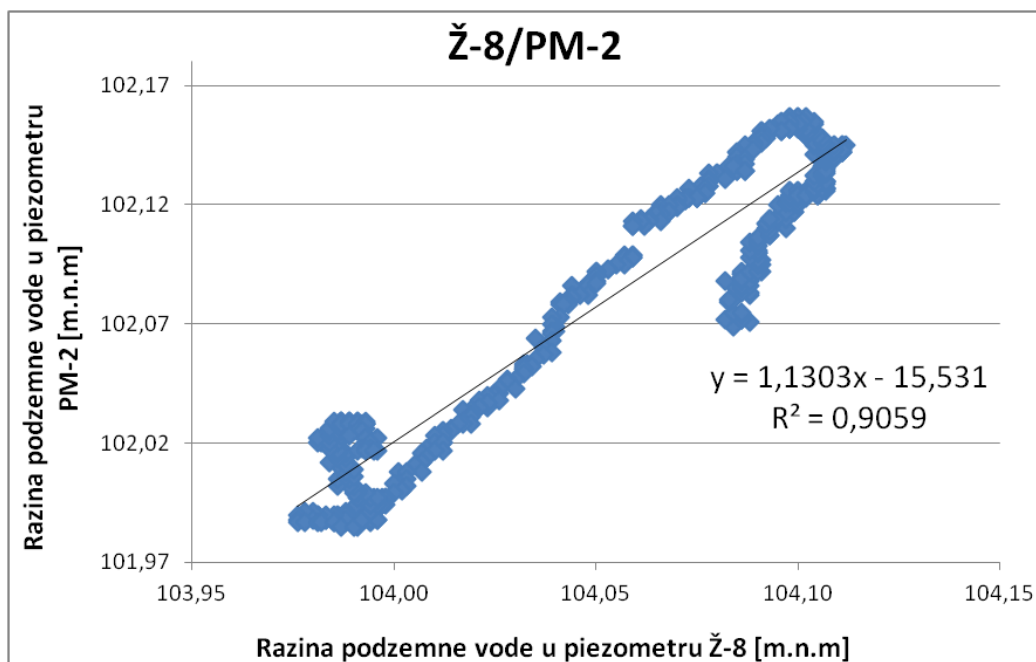


Analizom razine podzemne vode za par piezometara Z-4 i PM-1 dobivena je jednačba pravca  $y = 0,6831x + 32,618$  te koeficijent determinacije  $R^2 = 0,7697$ . Vrijednost koeficijenta determinacije nam ne ukazuje na vrlo precizno izračunavanje razine podzemne vode u piezometru PM-1 na temelju razine podzemne vode u piezometru Z-4 (Slika 6.3).



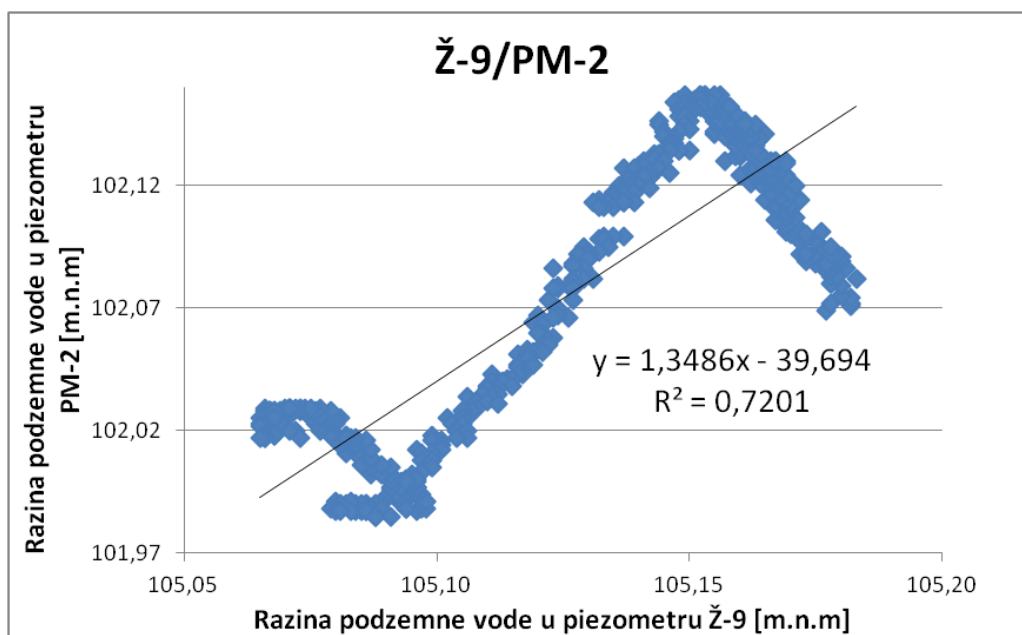
**Slika 6.3.** Linearni regresijski model Z-4 / PM-1

Analizom razine podzemne vode za par piezometara Ž-8 i PM-2 dobivena je jednačba pravca  $y = 1,1303x - 15,531$  te koeficijent determinacije  $R^2 = 0,9059$ . Vrijednost koeficijenta determinacije ukazuje na mogućnost značajnije preciznijeg izračunavanja razine podzemne vode u piezometru PM-2 na temelju razine podzemne vode u piezometru Ž-8 (Slika 6.4), a u odnosu na prethodne parove piezometara.



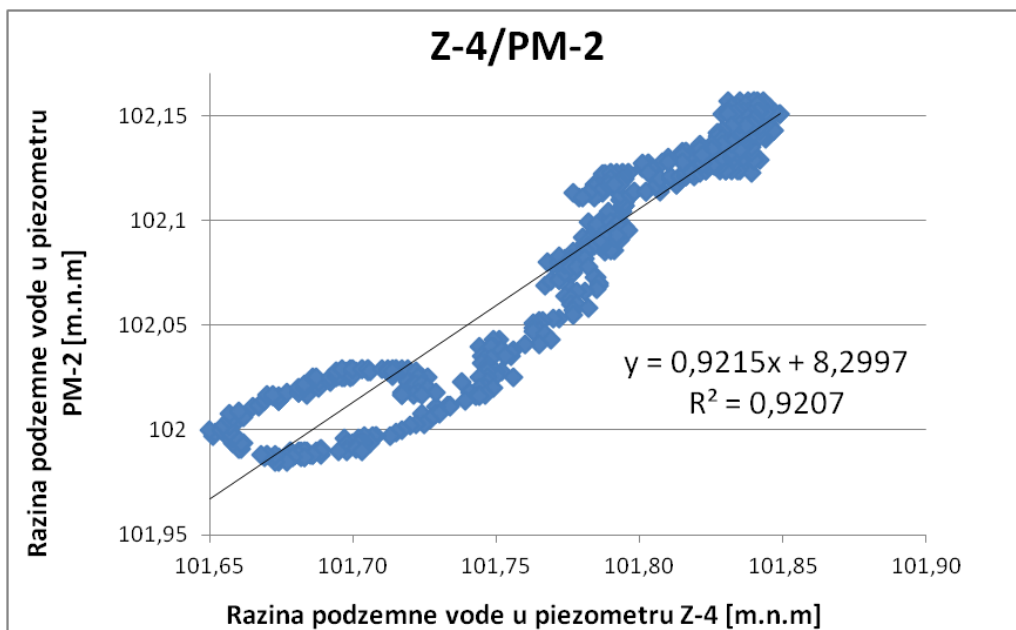
**Slika 6.4.** Linearni regresijski model Ž-8 / PM-2

Analizom razine podzemne vode za par piezometara Ž-9 i PM-2 dobivena je jednačba pravca  $y = 1,3486x - 39,694$  te koeficijent determinacije  $R^2 = 0,7201$ . Vrijednost koeficijenta determinacije također ukazuje na mogućnost preciznijeg izračunavanja razine podzemne vode u piezometru PM-2 na temelju razine podzemne vode u piezometru Ž-9 (Slika 6.5).



**Slika 6.5.** Linearni regresijski model Ž-9 / PM-2

Analizom razine podzemne vode za par piezometara Ž-9 i PM-2 dobivena je jednačba pravca  $y = 0,9215x + 8,2997$  te koeficijent determinacije  $R^2 = 0,9207$ . Vrijednost koeficijenta determinacije također ukazuje na mogućnost preciznijeg izračunavanja razine podzemne vode u piezometru PM-2 na temelju razine podzemne vode u piezometru Z-4 (Slika 6.6).



**Slika 6.6.** Linearni regresijski model Z-4 / PM-2

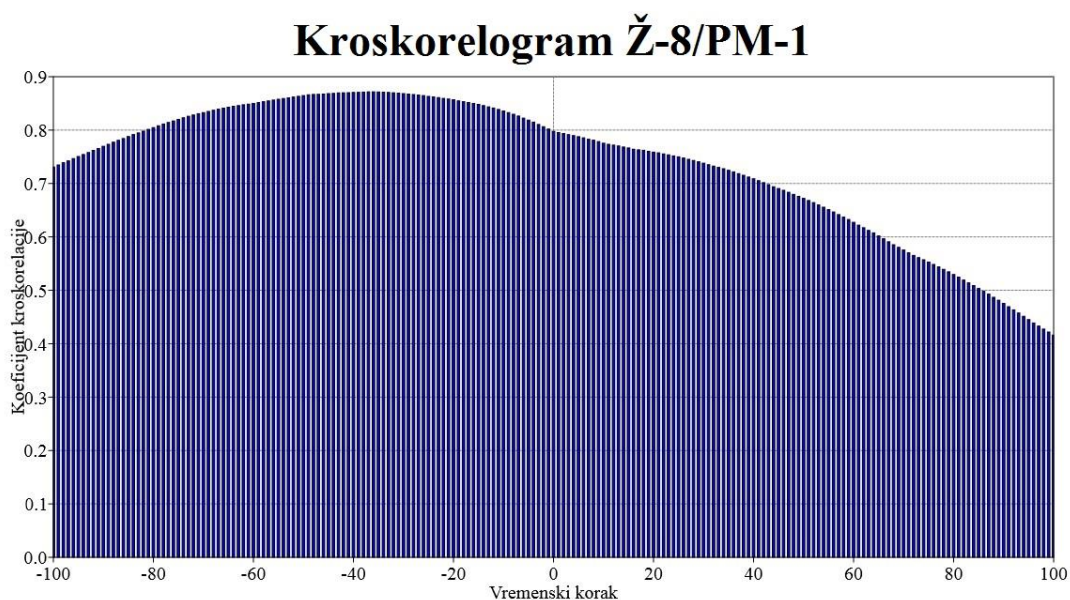
**Tablica 6.2.** Rezultati obrade podataka metodom linearne regresije

Podaci	Jednačba pravca	Koeficijent determinacije $R^2$
Ž-8 / PM-1	$y = 0,7708x + 21,933$	0,641
Ž-9 / PM-1	$y = 0,8172x + 16,222$	0,4023
Z-4 / PM-1	$y = 0,6831x + 32,618$	0,7697
Ž-8 / PM-2	$y = 1,1303x - 15,531$	0,9059
Ž-9 / PM-2	$y = 1,3486x - 39,694$	0,7201
Z-4 / PM-2	$y = 0,9215x + 8,2997$	0,9207

### 6.3. Rezultati obrade podataka metodom kroskorelacije

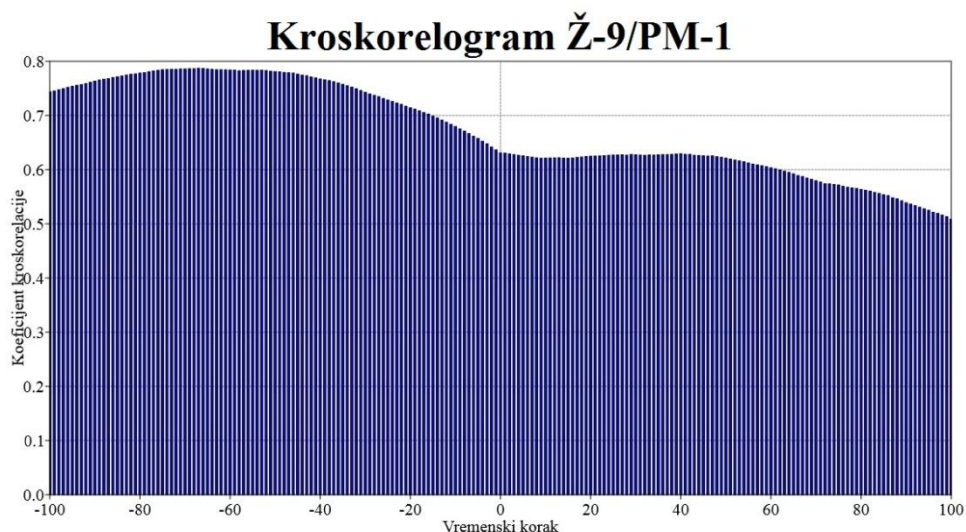
Metodom kroskorelacije obrađeni su podaci o razini podzemne vode u navedenim piezometrima. Metoda je provedena u računalnom programu PAST. Obradeno je 6 parova vremenskih serija podataka u 100 vremenskih koraka. Rezultati analize su koeficijenti kroskorelacije prikazani na kroskorelogramima. Sažeti pregled rezultata prikazan je u tablici 6.3.

Kroskoreliranjem vremenskih nizova podataka piezometra Ž-8 i PM-1, najveći koeficijent kroskorelacije izračunat je za vremenski korak -36 i iznosi 0,87 (Slika 6.7). Znači, promjena razine podzemne vode u piezometru PM-1 kasnit će 36 sati u odnosu na promjenu razine podzemne vode u piezometru Ž-8.



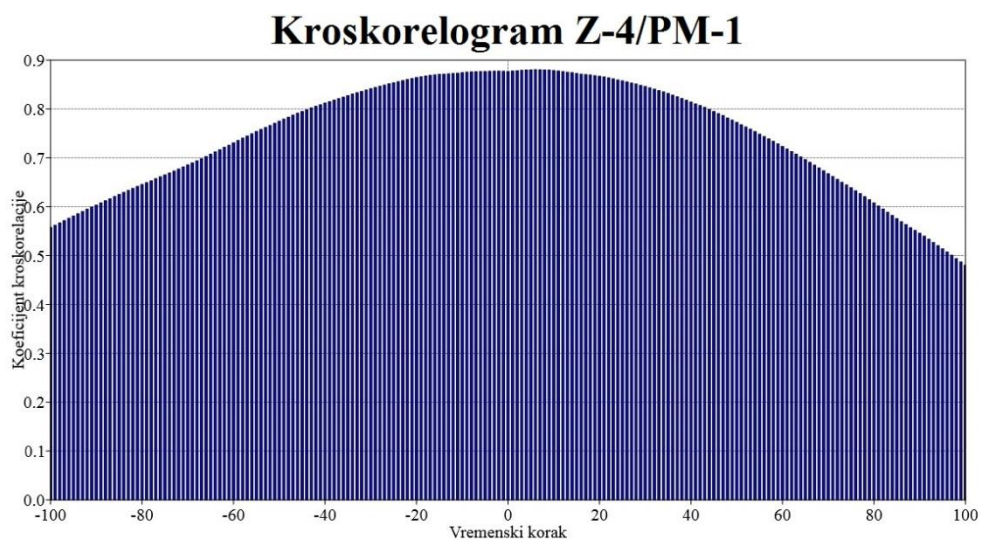
**Slika 6.7.** Kroskorelogram Ž-8 / PM-1

Na kroskorelogramu Ž-9 / PM-1 (Slika 6.8) uočavamo najveću vrijednost koeficijenta kroskorelacije 0,79 izračunatu za vremenski korak -67. Znači, promjena razine podzemne vode u piezometru PM-1 kasnit će 67 sati u odnosu na promjenu razine podzemne vode u piezometru Ž-9.



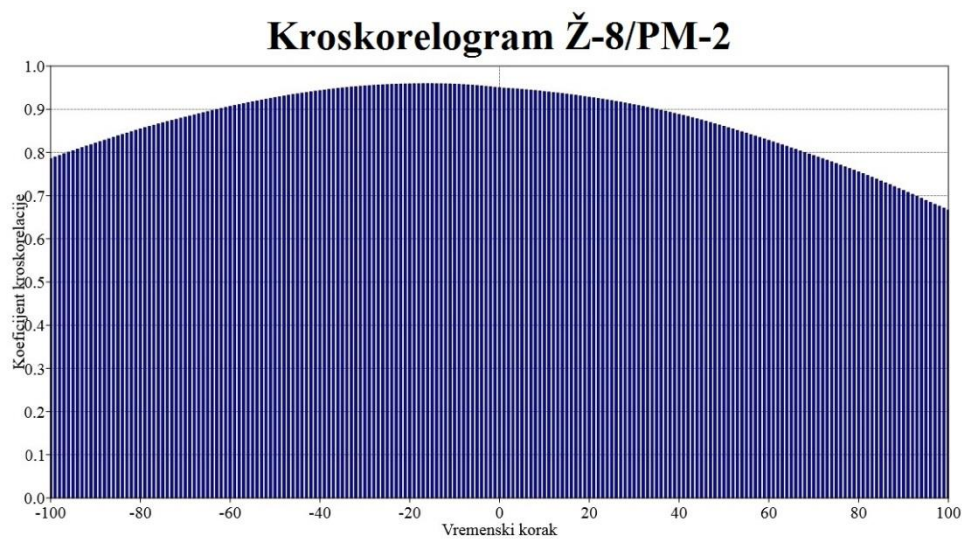
**Slika 6.8.** Kroskorelogram Ž-9 / PM-1

Najveći koeficijent kroskorelacije na kroskorelogramu Z-4 / PM-1 iznosi 0,88. Izračunat je za vremenski korak 6 (Slika 6.9).



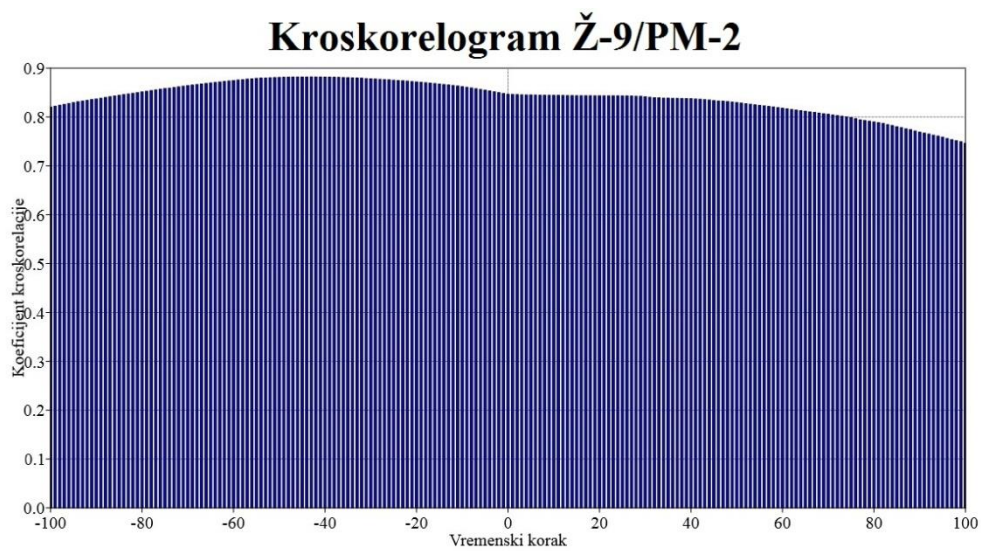
**Slika 6.9.** Kroskorelogram Z-4 / PM-1

Najveći koeficijent kroskorelacije na kroskorelogramu Ž-8 / PM-2 iznosi 0,96. Izračunat je za vremenski korak -16 (Slika 6.10).



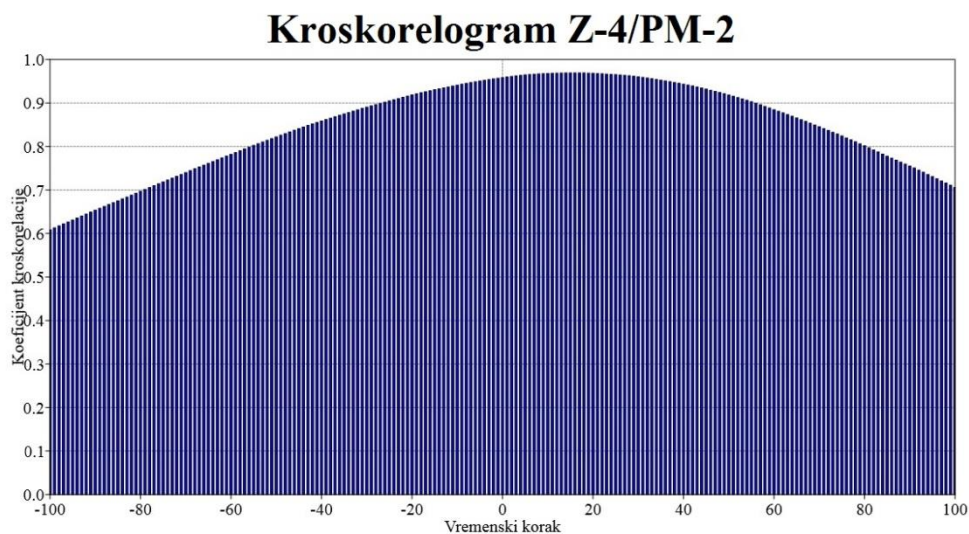
**Slika 6.10.** Kroskorelogram Ž-8 / PM-2

Najveći koeficijent kroskorelacije na kroskorelogramu Ž-9 / PM-2 iznosi 0,88. Izračunat je za vremenski korak -43 (Slika 6.11).



**Slika 6.11.** Kroskorelogram Ž-9 / PM-2

Najveći koeficijent kroskorelacije na kroskorelogramu Ž-8 / PM-2 iznosi 0,97. Izračunat je za vremenski korak 15 (Slika 6.12).



**Slika 6.12.** Kroskorelogram Z-4 / PM-2

**Tablica 6.3.** Rezultati kroskorelacijske analize podataka

Podaci	Iznos maksimalne korelacije	Vremenski korak
Ž-8 / PM-1	0,82	-20
Ž-9 / PM-1	0,68	-37
Z-4 / PM-1	0,88	1
Ž-8 / PM-2	0,95	-1
Ž-9 / PM-2	0,85	0
Z-4 / PM-2	0,96	5

## 7. Zaključak

Analiza hidrauličke povezanosti između aluvijalnog i proluvijalnog dijela zagrebačkog vodonosnika izvršena je primjenom statističkih metoda. Korištene su metoda korelacije, metoda linearne regresije i metoda kroskorelacije. Analizirani su izmjereni vremenski nizovi podataka o razini podzemne vode u piezometrima. Rezultati analiza ukazuju na dobru hidrauličku povezanost aluvijalnih i proluvijalnih naslaga vodonosnika.

Korelacijskom analizom parova vremenskih nizova podataka izmjerenih u piezometrima oba navedena dijela vodonosnika dobiveni su koeficijenti korelacije raspona od 0,63 do 0,96, a prosjeka 0,85, što se interpretira kao visoka matematička povezanost.

Regresijskom analizom parova vremenskih nizova podataka o razini podzemne vode u piezometrima dobiveni su linearni regresijski modeli, koeficijenti determinacije u rasponu od 0,4 do 0,92, a prosjek im je 0,73. Ovakvi koeficijenti determinacije nam govore da deterministički pristup u prognoziranju razine podzemne vode u piezometrima PM-1 i PM-2 na temelju izmjerenih razina u piezometrima Ž-8, Ž-9 i Z-4 nije baš pouzdan. Unatoč tome, ovi koeficijenti determinacije potvrđuju postojanje dobre hidrauličke veze determinirane metodom korelacije.

Kroskorelacijskom analizom u 100 vremenskih koraka za svaki ispitani par vremenskih nizova podataka dobiveni su koeficijenti kroskorelacije i prikazani su na kroskorelogramima. Određeno je vrijeme zakašnjenja reakcije promjene razine podzemne vode u piezometrima u proluvijalnom dijelu u odnosu na piezometre u aluvijalnom dijelu vodonosnika.

Na temelju rezultata statističkih analiza metodama korelacije, linearne regresije i kroskorelacije možemo zaključiti da su ispitivani aluvijalni i proluvijalni dijelovi zagrebačkog vodonosnika dobro povezani u hidrauličkom smislu. Prijenos tlaka vode iz aluvijalnog u proluvijalni dio mjeri se u satima što je važno u slučaju značajnijeg eksploatiranja vode u proluvijalnom dijelu, osobito u sušnije doba godine.



## 8. Literatura

- BAČANI, A. i POSAVEC, K. (2009): Elaborat zaštitnih zona vodocrpilišta Velika Gorica. Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb.
- BASCH, O. (1981): Osnovna geološka karta, M 1:100 000, List Ivanić Grad. Geološki zavod Zagreb, OOUR za geologiju i paleontologiju
- BLAŠKOVIĆ, I. i DRAGIČEVIĆ, I. (1989): Studija prostornog rasporeda i geometrije sedimentnih tijela i njihov utjecaj na hidrogeološke odnose na području lijeve i desne obale Save od Bregane do Rugvice. RGN fakultet, Zagreb.
- DAVIS, J. C. (2002): Statistics and Data Analysis in Geology, Third Edition. John Wiley & Sons Inc., New York.
- KAPURALIĆ, J. (2013): Identifikacija utjecaja temperaturnih oscilacija rijeke Save i geotermalnih anomalija na temperaturne oscilacije podzemne vode zagrebačkog i samoborskog vodonosnika. Diplomski rad, RGN fakultet, Zagreb.
- PETZ, B. (2004): Osnovne statističke metode za nematematičare, 5. izd. Naklada Slap., Jastrebarsko.
- POSAVEC, K. (2006): Identifikacija i prognoza minimalnih razina podzemne vode zagrebačkoga aluvijalnog vodonosnika modelima recesijskih krivulja. Doktorska disertacija, RGN fakultet, Zagreb
- RATKAJ, M. (2014): Identifikacija utjecaja vodostaja rijeka Save na vodostaj jezera Jarun. Diplomski rad, RGN fakultet, Zagreb.
- ŠIKIĆ, K., BASCH, O. i ŠIMUNIĆ, A. (1972): Osnovna geološka karta, M 1:100 000, List Zagreb. Institut za geološka istraživanja, Zagreb.
- URUMOVIĆ, K. i MIHELČIĆ, D. (2000): Podzemne vode savskoga vodonosnika. Hidrologija i vodni resursi Save u novim uvjetima, zbornik radova, okrugli stol, Slavonski Brod.
- VELIĆ, J. i DURN, G. (1993): Alternating Lacustrine-Marsh Sedimentation and Subaerial Exposure Phases during Quaternary: Prečko, Zagreb, Croatia. Geologia Croatica, 46, 1, str. 71–90.

VELIĆ, J., SAFTIĆ, B. i MALVIĆ, T. (1999): Lithologic Composition and Stratigraphy of Quaternary Sediments in the Area of the “Jakušvec” Waste Depository (Zagreb, Northern Croatia). *Geologia Croatica*, 52, 2, str. 119–13.