

# Utjecaj visine uzorka na kut sipanja dolomita metodom cilindra

---

**Cvitković, Mirna**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2019**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zagreb, Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering / Sveučilište u Zagrebu, Rudarsko-geološko-naftni fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:169:498762>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-07-15**



*Repository / Repozitorij:*

[Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering Repository, University of Zagreb](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
RUDARSKO-GEOLOŠKO-NAFTNI FAKULTET

Diplomski studij rudarstva

**UTJECAJ VISINE UZORKA NA KUT SIPANJA DOLOMITA METODOM  
CILINDRA**

Diplomski rad

Mirna Cvitković

R 188

Zagreb, 2019.

UTJECAJ VISINE UZORKA NA KUT SIPANJA DOLOMITA METODOM CILINDRA

MIRNA CVITKOVIĆ

Diplomski rad izrađen: Sveučilište u Zagrebu  
Rudarsko-geološko-naftni fakultet  
Zavod za rudarstvo i geotehniku  
Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

Sažetak

Tema i svrha rada je usporediti istraživanja kuta sipanja materijala i njihove dobivene vrijednosti. Opisana je metoda cilindra, njena provedba i dobiveni rezultati s različitim visinama materijala unutar šupljeg cilindra. Isti su obrađeni i analizirani. Prema više autora, dobivena je ovisnost iznosa kuta sipanja o frakciji materijala, obliku zrna, podlozi na koju se rasipa i brzini podizanja cilindra. Veći je kod materijala s manjim ili nikakvim udjelom sitnih čestica, uglatih zrna, rasipan na podlogu veće hrapavosti manjim brzinama. Naša ispitivanja su pokazala minimalnu promjenu kuta sipanja s porastom visine uzorka u cilindru za frakciju 2/4, dok je za frakciju 0/4 s porastom visine uzorka kut sipanja padao.

Ključne riječi: rudarstvo, kut sipanja, metoda cilindra, promjer cilindra, granulacija, brzina podizanja, kut unutarnjeg trenja, oblik zrna

Diplomski rad sadrži: 34 stranice, 13 tablica, 20 slika, 13 referenci i 2 priloga

Jezik izvornika: hrvatski

Diplomski rad pohranjen: Knjižnica Rudarsko-geološko-naftnog fakulteta  
Pierottijeva 6, Zagreb

Voditelj: Dr.sc. Mario Klanfar, docent

Pomoć pri izradi: Mag.ing. Vjekoslav Herceg, asistent RGNF

Ocjenjivači: Dr.sc. Mario Klanfar, docent RGNF  
Dr.sc. Dubravko Domitrović, docent RGNF  
Dr.sc. Tomislav Korman, docent RGNF

Datum obrane: 15.2.2019., Rudarsko-geološko-naftni fakultet Sveučilišta u Zagrebu

INFLUENCE OF SAMPLE HEIGHT ON ANGLE OF REPOSE OF DOLOMITE TESTED BY  
CYLINDER METHOD

MIRNA CVITKOVIĆ

Thesis completed at: University of Zagreb  
Faculty of mining, Geology and Petroleum Engineering  
Institute of Mining and Geotechnical Engineering  
Pierottijeva 6, 10000 Zagreb

Abstract

Theme and purpose of this thesis is to compare researches of angle of repose and their gained values. Cylinder method is described, implementation and results gained with different heights of material inside of the hollow cylinder. They are processed and analyzed. According to several authors, the dependence of the value of angle of repose on the fraction of the material, grain shape, friction of the base and cylinder lifting speed was obtained. It is higher in materials with a small amount or without fine particles, angular grain, poured on the base with a higher roughness at lower speeds. Our tests showed a slight change in the angle of repose with the increase of the sample height with fraction 2/4, while the angle was falling with fraction 0/4 with the increase in the height of the sample.

Keywords: mining, angle of repose, cylinder method, cylinder diameter, granulation, lifting speed, internal friction angle, grain shape

Thesis contains: 34 pages, 13 tables, 20 figures, 13 references and 2 attachments

Original in: Croatian

Archived in: Library of Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering  
Pierottijeva 6, Zagreb

Supervisor: Assistant Professor Mario Klanfar, PhD

Assistance: Assistant Vjekoslav Herceg, mag. ing. min.

Reviewers: Assistant Professor Mario Klanfar, PhD  
Assistant Professor Dubravko Domitrović, PhD  
Assistant Professor Tomislav Korman, PhD

Date of defense: February 15th, 2019. Faculty of Mining, Geology and Petroleum Engineering, University of Zagreb

## SADRŽAJ

1. Uvod	1
2. Pregled vrijednosti kuta sipanja	2
2.1. Vrijednost kuta sipanja po Z. Liu	2
2.1.1. Opis uzorka i opreme korištene u laboratorijskom ispitivanju	2
2.1.2. Rezultati ispitivanja	4
2.1.2.1. Pijesak	4
2.1.2.2. Šljunak	4
2.1.2.3. Mješavina pijeska i šljunka	7
2.1.2.4. Uslojeni pijesak i šljunak	8
2.1.2.5. Usporedba mjerenog i numeričkog kuta sipanja	10
2.2. Vrijednost kuta sipanja po C. Kleinu i C. S. Hurlbutu	11
2.3. Vrijednost kuta sipanja po J. R. Metcalfu	11
2.4. Vrijednost kuta sipanja za obaloutvrde	12
2.5. Vrijednost kuta sipanja po Caterpillaru	16
3. Metoda cilindra	18
3.1. Širenje materijala nakon dizanja cilindra s granuliranim materijalom	20
4. Statistika - regresijska analiza	22
5. Laboratorijska ispitivanja	24
5.1. Opis ispitivanja	24
5.2. Rezultati ispitivanja	25
5.2.1. Regresijska analiza	26
5.3. Formiranje (krnjeg) stošca	29
6. Zaključak	32
7. Literatura	33

## POPIS SLIKA

Slika 2-1. Korišteni cilindri (a) promjera 5 cm, (b) 12 cm i (c) 12,5 cm (Liu, 2011)	3
Slika 2-2. Cilindri sa šljunkom tri različitih težina (a) 12,37 N, (b) 21,88 N i (c) 34,12 N (Liu, 2011)	5
Slika 2-3. Cilindar prije i poslije podizanja sa slojem pijeska 10,0 cm, mala brzina podizanja, glatka podloga (Liu, 2011)	9
Slika 2-4. Cilindar prije i poslije podizanja sa slojem pijeska 10,0 cm, mala brzina podizanja, hrapava podloga (Liu, 2011)	9
Slika 2-5. Kut sipanja $\phi_r$ kao funkcija $D_{50}$ i mjerenih vrijednosti $\phi_r$ (Froehlich, 2011)	14
Slika 2-6. Kut sipanja $\phi_r$ kao funkcija $D_{85}/D_{50}$ i mjerenih vrijednosti $\phi_r$ (Froehlich, 2011)	15
Slika 2-7. Poravnati obujam (eng. struck) s obujmom 'na vrh' (eng. heaped) (Caterpillar, 2014)	16
Slika 2-8. Materijal nasut na radilištu s označenim kutom sipanja (Caterpillar, 2014)	16
Slika 3-1. Shema izvođenja pokusa (Liu, 2011)	18
Slika 3-2. Rasprostiranje granuliranog materijala nakon dizanja cilindra (Lajeunesse, 2004)	20
Slika 4-1. Dijagram raspršenosti (MATHOS, 2018)	22
Slika 5-1. Shema uređaja (Kostrić, 2018)	24
Slika 5-2. Formirana hrpa materijala nakon podizanja cilindra (Gaura, 2018)	25
Slika 5-3. Prikaz slojnica u Microstationu	25
Slika 5-4. Zatvorena mreža slojnica u tlocrtu i izometričnom pogledu	26
Slika 5-5. Dijagram osam uzoraka i tri ponavljanja	27
Slika 5-6. Dijagram srednjih vrijednosti osam uzoraka	27
Slika 5-7. Dijagram tri uzorka i pet ponavljanja	29
Slika 5-8. Dijagram srednjih vrijednosti tri uzorka	29

Slika 5-9. Šest uzorka visina (a) 15 mm, (b) 30 mm, (c) 45 mm, (d) 60 mm, (e) 75 mm i (f) 90 mm	31
---	----

Slika 5-10. Usporedba formacija šest uzorka	31
---	----

## **POPIS TABLICA**

Tablica 2-1. Rezultati kuta sipanja u pokusima s pijeskom (Liu, 2011)	4
Tablica 2-2. Kut sipanja kod cilindra D=5 cm (Liu, 2011)	4
Tablica 2-3. Kut sipanja kod cilindra D=12,0 cm (Liu, 2011)	6
Tablica 2-4. Kut sipanja kod cilindra D=12,5 cm (Liu, 2011)	6
Tablica 2-5. Cilindar D=5 cm i brzina 2 cm/s (Liu, 2011)	7
Tablica 2-6. Cilindar D=5 cm i brzina 7 cm/s (Liu, 2011)	7
Tablica 2-7. Cilindar podizan brzinom 2,5 cm/s (Liu, 2011)	8
Tablica 2-8. Cilindar podizan brzinom 7,0 cm/s (Liu, 2011)	8
Tablica 2-9. Mjereni i numerički kut sipanja na glatkoj i hrapavoj podlozi (Liu, 2011)	10
Tablica 2-10. Karakteristike materijala (Klein i Hurlbut, 1985)	11
Tablica 2-11. Kut sipanja materijala (Metcalf, 1965)	12
Tablica 2-12. Preporučeni kut sipanja (Caterpillar, 2014)	17
Tablica 5-1. Ispitivanja na frakciji 0/4 (Klanfar i dr., 2017)	28
Tablica 5-1. Minimalna visina uzorka za formiranje stošca	30

## **POPIS PRILOGA**

Prilog 1. Excel tablica provedenih ispitivanja (Froehlich, 2011)	34
Prilog 2. Excel tablica s rezultatima ispitivanja	35

## POPIS OZNAKA

Oznaka	Opis	Jedinica
$\phi_r$	kut sipanja	°
$\phi$	kut unutarnjeg trenja	°
$\delta$	kut trenja između materijala	°
h	visina uzorka	mm
d	promjer zrna	mm
D	promjer cilindra	cm
H	visina cilindra	cm
P	površina	cm <sup>2</sup>
V	volumen	cm <sup>3</sup>



## 1. Uvod

Rudarstvo obuhvaća pronalaženje i vađenje (eksploataciju) korisnih mineralnih sirovina iz njihovih ležišta u Zemljinoj kori, njihovu obradu i oplemenjivanje za daljnje korištenje u industriji. Za uspješnu provedbu svih potrebnih radnji za ostvarivanje toga cilja i racionalno i optimizirano iskorištavanje mineralne sirovine, potrebno je poznavati sve bitne karakteristike i svojstva minerala u ležištu i sirovine nakon vađenja, u procesu obrade i pripreme.

U laboratorijskim ispitivanjima, koristeći metodu šupljeg cilindra, promatra se utjecaj povećanja visine stupca materijala na iznos kuta sipanja pri konstantnoj brzini podizanja cilindra. Kut sipanja granuliranog materijala je najstrmiji kut u odnosu na horizontalnu površinu na koju se materijal može nagomilati bez pojave klizanja materijala. Iznosi  $0^\circ$  do  $90^\circ$  te se materijal slaže u gomilu približno stožastog oblika. Različite morfologije materijala utječu na različitost kuta sipanja. Veličina kuta sipanja ovisi o glatkoći, veličini komada, obliku, vlažnosti, temperaturi, sastavu i stanju materijala te načinu sipanja. Kut je manji ukoliko se materijal sipa s veće visine i ako je pokretljivost pojedinih čestica materijala veća.

Krajnji cilj rada je utvrditi utjecaje na iznos kuta sipanja i njegovu promjenjivost pod njima s povećanjem visine uzorka, te omjer visine uzorka i promjera cilindra pri kojoj će se formirati pravilna gomila materijala stožastog oblika..

## 2. Pregled vrijednosti kuta sipanja različitih materijala

Kut sipanja je tehničko svojstvo materijala ovisno o mnogo faktora, od kojih su neki granulacija materijala, oblik zrna, vlažnost materijala, a mjeri se između koka stošca kojeg formira nasipani materijal i horizontalne podloge. Također, po iznosu se razlikuje za određeni materijal neke granulacije, dobiven laboratorijskim pokusima ili računski, na temelju poznatih parametara.

Računski kut sipanja možemo dobiti iz jednadžbe (Liu, 2011):

$$\tan\phi_r = \tan\phi \quad (2-1)$$

Dakle, tangens kuta sipanja,  $\phi_r$ , jednak je tangensu kuta unutarnjeg trenja granulata,  $\phi$ . Kut trenja između materijala,  $\delta$ , dobiva se po formuli (Liu, 2011):

$$\tan\delta = \frac{\tan\phi_r \cdot \cos^2\phi}{2 + 2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\cos\phi}{\cos\phi_r}\right)^2 - \cos^2\phi}} \quad (2-2)$$

### 2.1. Vrijednost kuta sipanja po Z. Liu

Svrha provođenja pokusa je bila promatrati ponašanje granulata šljunka i pijeska, ali i oba materijala u slojevima kao što ih nalazimo u prirodi kada su podvrgnuta nekom padu, odnosno rasipanju na kosini.

#### 2.1.1. Opis uzorka i opreme korištene u laboratorijskom ispitivanju

Šljunak ima prosječan promjer  $d_{50}=5$  mm, a pijesak  $d_{50}=0,50$  mm. Specifična težina  $G_s$  šljunka je 2,6, pijeska 2,65, dok je kut unutrašnjeg trenja  $34^\circ$  za šljunak i  $27^\circ$  pijeska.

U cilju da se simulira glatka i gruba (hrapava) podloga na koju bi se materijal rasipao, odabrane su staklena podloga i porozan kamen.

Čestice pijeska, šljunka i kombinacije dvoga, stavljene su u cilindar od pleksiglasa. Promjeri i visine cilindra su 5 cm:17,15 cm, 12 cm:17,15 cm i 12,5 cm:108,6 cm (slika 2-1 (a), (b) i (c)). Smješteni su na različite površine i zatim dizani različitim brzinama.



(a)



(b)



(c)

**Slika 2-1.** Korišteni cilindri (a) promjera 5 cm, (b) 12 cm i (c) 12,5 cm (Liu, 2011)

## 2.1.2. Rezultati ispitivanja

### 2.1.2.1. Pijesak

Cilindar promjera 5 cm i visine 17,15 cm korišten je na glatkoj i hrapavoj podlozi i s dvije brzine dizanja. Rezultati su prikazani u tablici 2-1.

**Tablica 2-1.** Rezultati kuta sipanja u pokusima s pijeskom (Liu, 2011)

<b>PIJESAK</b>	<b>Mala brzina ~ 2,0 cm/s</b>	<b>Veća brzina ~ 7,0 cm/s</b>
<b>Glatka podloga</b>	25,0 °	21,6 °
<b>Hrapava podloga</b>	27,0 °	24,3 °

Rezultati upućuju na to da na kut sipanja utječu i brzina dizanja i podloga, na način da je veći što je hrapavost podloge veća, ali i manji što je brzina dizanja veća.

### 2.1.2.2. Šljunak

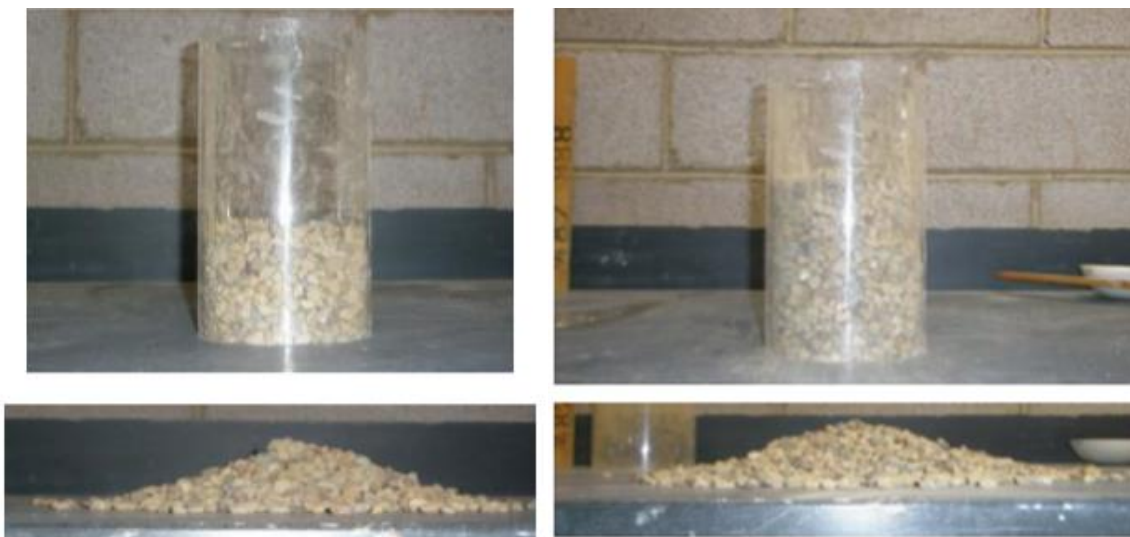
Za pokus sa šljunkom korištena su sva tri cilindra, obje podloge i dvije brzine dizanja. Rezultati su u tablicama 2-2, 2-3 i 2-4.

**Tablica 2-2.** Kut sipanja kod cilindra D=5 cm (Liu, 2011)

<b>ŠLJUNAK</b>	<b>Mala brzina ~ 2,0 cm/s</b>	<b>Veća brzina ~ 7,0 cm/s</b>
<b>Glatka podloga</b>	28,0 °	25,0 °
<b>Hrapava podloga</b>	33,5 °	32,0 °

Vidljivo je da je kut sipanja manji za glatku površinu i veću brzinu.

Cilindri promjera 12,0 i 12,5 cm korišteni su na isti način, ali za tri uzorka različite težine. Na slici 2-2 a) je uzorak težine 12,37 N i visine u cilindru 5,8 cm, drugi uzorak je težine 21,88 N i visine 8,6 cm (slika 2-2 b), treći 34,21 N i 17,15 cm (slika 2-2 c).



(a)

(b)



(c)

**Slika 2-2.** Cilindri sa šljunkom tri različitih težina (a) 12,37 N, (b) 21,88 N i (c) 34,12 N (Liu, 2011)

Kut sipanja određen je za glatku i hrapavu podlogu, što je vidljivo u tablici 2-3.

**Tablica 2-3.** Kut sipanja kod cilindra D=12,0 cm (Liu, 2011)

<b>Težina šljunka (N)</b>	<b>Glatka podloga i niža brzina</b>	<b>Hrapava podloga i viša brzina</b>
<b>12,37</b>	28,0 °	22,1 °
<b>21,88</b>	25,0 °	19,0 °
<b>34,21</b>	23,0 °	16,9 °

Rezultati upućuju na to da što je stupac materijala viši, manji je kut sipanja, bez obzira na podlogu i visinu dizanja. Dakle, težina materijala utječe na vrijednost kuta sipanja.

Na velikom cilindru promjera 12,5 cm i visine 108,6 cm, također se provodio pokus s tri uzorka visina 20, 40 i 60 cm i pripadajućih težina 45,73, 92,87 i 142,34 N. Za bazu je korištena drvena podloga, dok je brzina podizanja cilindra bila 2,5 cm/s. Rezultati su prikazani u tablici 2-4.

**Tablica 2-4.** Kut sipanja kod cilindra D=12,5 cm (Liu, 2011)

<b>Težina šljunka (N)</b>	<b>Kut sipanja na drvenoj podlozi ( °)</b>
45,73	25,0
92,87	16,0
142,34	11,9

Analiza tih rezultata pokazuje da što je viši stupac šljunka, kut sipanja je manji.

### 2.1.2.3. Mješavina pijeska i šljunka

Pokusi sa pijeskom i šljunkom u različitim omjerima rađeni su sa cilindrom D=5 cm i na glatkoj i hrapavoj podlozi. Brzine podizanja su 2 i 7 cm/s (tablice 2-5 i 2-6).

**Tablica 2-5.** Cilindar D=5 cm i brzina 2 cm/s (Liu, 2011)

<b>Tež. % pijeska</b>	<b>Kut sipanja - glatka podloga ( ° )</b>	<b>Kut sipanja - hrapava podloga ( ° )</b>
10	20,0	29,5
20	20,7	26,9
30	18,5	23,0
40	22,9	28,5
50	25,1	25,9
60	23,5	27,1
70	24,0	25,9
80	26,5	28,6
90	26,1	25,9

**Tablica 2-6.** Cilindar D=5 cm i brzina 7 cm/s (Liu, 2011)

<b>Tež. % pijeska</b>	<b>Kut sipanja - glatka podloga ( ° )</b>	<b>Kut sipanja - hrapava podloga ( ° )</b>
10	17,5	30,5
20	20,0	24,5
30	18,0	23,5
40	21,0	27,0
50	21,5	25,0
60	22,0	26,5
70	26,0	23,5
80	22,9	24,0
90	23,5	25,1

Iz analize vidimo da na kut sipanja utječe stupanj hrapavosti podloge i brzina dizanja cilindra. Kut sipanja je veći kada se koristi porozan kamen (hrapava podloga). Također, što

je veća brzina podizanja, niži je kut sipanja, osobito za test s glatkom podlogom. Kako je mijenjan udio pijeska u pokusima, možemo zaključiti da s povećanjem njegova postotnog udjela pada kut sipanja (kako je sve veći udio sitnih čestica), također, vidi se i trend da utjecaj hrapavosti podloge opada kako je udio pijeska veći (sve je manja razlika kutova među dvije podloge).

#### 2.1.2.4. Uslojeni pijesak i šljunak

Korišten je cilindar unutarnjeg promjera 5 cm, smješten na glatku i hrapavu podlogu. Na dnu cilindra je nasipan pijesak, a na njega šljunak. Brzine dizanja cilindra su bile niža (2,5 cm/s) i viša (7,0 cm/s). Rezultati su prikazani u tablicama 2-7 i 2-8 i na slikama 2-3 i 2-4. Korištene su tri različite visine sloja pijeska 2,5, 5,0 i 10,0 cm. Ostatak visine cilindra ( $H=17,15$  cm) ispunjen je šljunkom.

**Tablica 2-7.** Cilindar podizan brzinom 2,5 cm/s (Liu, 2011)

<b>h pijeska (cm)</b>	<b>Kut sipanja – glatka podloga ( ° )</b>	<b>Kut sipanja – hrapava podloga ( ° )</b>
2,5	24,0	25,0
5,0	21,0	22,0
10,0	18,5	20,5

**Tablica 2-8.** Cilindar podizan brzinom 7,0 cm/s (Liu, 2011)

<b>h pijeska (cm)</b>	<b>Kut sipanja – glatka podloga ( ° )</b>	<b>Kut sipanja – hrapava podloga ( ° )</b>
2,5	17,1	18,4
5,0	16,1	17,9
10,0	14,2	15,9





**Slika 2-3.** Cilindar prije i poslije podizanja sa slojem pijeska 10,0 cm, mala brzina podizanja, glatka podloga (Liu, 2011)



**Slika 2-4.** Cilindar prije i poslije podizanja sa slojem pijeska 10,0 cm, mala brzina podizanja, hrapava podloga (Liu, 2011)

Rezultati upućuju na to da visina sloja pijeska utječe na kut sipanja bez obzira na hrapavost podloge i brzinu podizanja na način da što je sloj pijeska viši, kut sipanja je manji.

### 2.1.2.5. Usporedba mjerenog i numeričkog kuta sipanja

Kako je već rečeno, kut sipanja ovisi o više faktora koji u prirodi mogu utjecati na njega. Zato numeričke vrijednosti mogu predstavljati okvirnu veličinu kuta sipanja za neki materijal, ali stvarni ne mora biti točno toliki. Ta razlika se primjećuje u tablici 2-9. Kut unutarnjeg trenja i kut trenja među materijalima, ulazni su podaci formula 2-1 i 2-2 za računanje kuta sipanja.

**Tablica 2-9.** Mjereni i numerički kut sipanja na glatkoj i hrapavoj podlozi (Liu, 2011)

Materijal	Podloga	Kut unutarnjeg trenja, $\phi$ (°)	Kut trenja među materijalima, $\delta$ (°)	Mjereni kut sipanja, $\phi_r$ (°) *	Računski kut sipanja, $\phi_r$ (°)
Pijesak	Porozan kamen	27	25	27	27 **
	Staklo	27	16	25	26,5 ***
Šljunak	Porozan kamen	34	26	33,5	34 **
	staklo	34	15	28	32 ***

\* mjeren kod brzine dizanja cilindra 2 cm/s

\*\* računat formulom (2-1)

\*\*\* računat formulom (2-2)

## 2.2. Vrijednost kuta sipanja po SME Engineering Handbooku

U knjizi postoje podaci od različitih autora za svojstva materijala, od kojih je jedan kut sipanja. Time su se bavili Klein i Hurlbut, a cilj je saznati karakteristike nekih čestih rudnih minerala, s naglaskom na trošne izdanke slojeva, na koje utjecaj imaju vremenski čimbenici, erozija i atmosferilije. Prikaz rezultata je u tablici 2-10.

**Tablica 2-10.** Karakteristike materijala (Klein i Hurlbut, 1985)

Materijal	Gustoća u sraslom stanju (g/cm <sup>3</sup> )	Rastresita gustoća (g/cm <sup>3</sup> )	Kut sipanja (°)
Ugljen, antracit	1,2975-1,3616	0,9611-1,0092	27
Ugljen, bituminozan	1,1213	0,8009-0,8330	45-55
Ugljen, lignit	-	0,6407-0,7208	38
Koks, rastresit	-	0,3684-0,5606	30-44
Šljunak, suh	-	1,4417-1,6018	40
Drobljeni kamen	-	2,0023-2,3227	20-29
Pijesak, vlažan	-	1,6819-2,0824	45
Pijesak, suh	-	1,4417-1,7620	35
Šepl, lomljeni	-	1,4417-1,6018	20-29
Šepl, drobljeni	-	1,3616-1,4417	39

## 2.3. Vrijednost kuta sipanja po J. R. Metcalfu

Ideja ispitivanja je analizirati kut sipanja granulata jer ima primjenu u skladištenju i pakiranju fragmentiranog materijala. Ključno je i poznavanje unutarnjeg trenja materijala, koji je teže dobiti od kuta sipanja, pa ako postoji veza dvaju kuta, primjena je velika.

Nizovi pokusa su provedeni sa uzorcima raznih materijala, tipičnih za skladištenje u rasutom stanju. Testirani su kutovi unutarnjeg trenja i sipanja nakon formiranja hrpe, te nakon njena konsolidiranja. Mjerenje kuta sipanja hrpa viših od 7-8 cm nije predstavljalo nikakav problem, osim za kamenu sol i šepl jer formiraju strme nepravilne kosine.

Korištena naprava za pokus sastoji se od drvene baze na koju okomito stoje dvije staklene ploče, međusobno paralelne. Drveni blok koji je između se može pomicati, a na početku

pokusa je na kraju ploča pa sve zajedno tvori 'kutiju'. Kada se napuni materijalom (samo nasutim, u rastresitom stanju), blok se pomakne i materijal se raspe, tvoreći kosinu iz čijeg nagiba se očita kut unutarnjeg trenja. Ista se stvar ponovi nakon što se materijal vertikalnim pritiskom u 'kutiji' konsolidira pa je očitani kut unutarnjeg trenja u konsolidiranom stanju. Nije navedeno je li zbijanje potpuno ili djelomično.

Neki od minerala iz prethodne tablice ponavljaju se i u tablici 2-11 za usporedbu po drugome autoru.

**Tablica 2-11.** Kut sipanja materijala (Metcalf, 1966)

Materijal	Kut sipanja (°)	Kut unutarnjeg trenja (°)	
		rastresito	konsolidirano
Kamena sol	30	-	30
Šećer	33	30	32
Ugljen, na suhoj pari	38	18	-
Ugljen za koksiranje	35,5	23	35
Tvrđi ugljen	35,5	27,5	35
Anhidrit	37	31	36,5
Kvarcni pijesak	37	32	36
Drobljeni pješčenjak	39	36	40
Koks	40	32	39,5

Tri uzorka ugljena, anhidrit i kvarcni pijesak imaju vrlo sličan kut sipanja, a razlika u tvrdoći im je velika. Može se reći da se kut sipanja povećava s tvrdoćom materijala, ali na njega utječe i oblik zrna i trenje među njima.

#### **2.4. Vrijednost kuta sipanja za obaloutvrde**

Istraživanja je proveo David C. Froehlich jer je kut sipanja materijala ključan za projektiranje drenažnih sustava. Kako bi se kontrolirao tok rijeke i odvojio je od cesta, komercijalnih i stambenih dijelova ili poljoprivrednih zemljišta, konstruiraju se sustavi jaraka za drenažu kako bi se spriječilo ispiranje površinskog materijala.

Međutim, gotovo svaki kanal iskopan u pijesku, mulju ili glinenom tlu će erodirati kada su brzine strujanja struje dovoljno visoke. Krupni kameni agregat često se koristi za poravnavanje obale i ležišta otvorenih odvodnih kanala za zaštitu od erozije jer pruža izvrsnu zaštitu koja malo košta u usporedbi drugim vrstama obloga. Ima uski raspon veličina čestica i zbog toga su prazni prostori unutar mješavine relativno veliki.

Premda kut sipanja obično znači kut pod kojim će se masa klizajućih čestica zaustaviti, također je definiran kao maksimalni kut koji se može postići nagibom prije nastanka odrona. Za rastresit materijal razlika između ta dva kuta analogna je razlici između statičkih i dinamičkih kutova klizanja u oknu. Manji kut je kut rezidualnog smicanja  $\phi_s$ , a veći kut inicijalnog pomaka  $\phi_i$ . Razlika ta dva kuta, koja najviše nekoliko stupnjeva, opisana je kao dilatacija  $\Delta\phi = \phi_i - \phi_s$  (kut dilatacije). Kut rezidualnog smicanja jednak je prosječnom kutu nagiba kad se visina sloja materijala velika u usporedbi s veličinom čestica koje ga tvore. Za sljedeću analizu, maseni kut sipanja definiran je kao  $\phi_r$ , tj. kut koji formira masa nakon klizanja ili srednji kut nagiba.

Maseni kut sipanja grubog kamena koji se obično koristi za obaloutvrde procjenjuje se na temelju podataka prikupljenih na 74 odlagališta prirodnog i drobljenog kamena. Na temelju ispitivanja moguće je predvidjeti kut sipanja, razvijen preko regresije. Kut sipanja granulata bez kohezije varira, veličina i oblik zrna, konsolidiranost i površinska tekstura se razlikuju. Kameniti agregati za obaloutvrde koje proizvode kamenolomi su standardnih srednjih promjera  $D_{50}$  (gdje je  $D_i$  srednji promjer čestica za koji je  $i$  % smjese težinski manji), a čest je uvijet i koeficijent jednoličnosti u intervalu  $1,4 \leq D_{85}/D_{50} \leq 2,2$ .

Korišteni uzorci su ili drobljeni kamen iz kamenoloma ili materijal prikupljen iz riječnog prirodnog depozita.

Zaobljenost ili uglatost zrna materijala je po rezultatima najvažniji faktor za kut sipanja  $\phi_r$ . U prilogu 1 su dani rezultati ispitivanja. Svaki uzorak zrna materijala je označen kao zaobljen  $R$  (eng. round), poluzaobljen  $SR$  (eng. subround), poluuglat  $SA$  (eng. subangular) ili uglat  $S$  (eng. angular).

Kut sipanja kao logaritamska funkcija računa se po formuli (Froehlich, 2011):

$$\ln\phi_r = 3,46 + 0,0833I_1 + 0,1888I_2 \quad (2-3)$$

Gdje je:  $I_1$  jednak 1 za poluzaobljena i poluuglata zrna, u suprotnom 0.  $I_2$  jednak 1 za uglata zrna, inače 0.

Tako dobivamo sljedeći rezultat (po jednadžbi 2-3):

$\phi_r = 31,8^\circ$  za uzorak zaobljenih zrna,

$\phi_r = 34,6^\circ$  za uzorak poluzaobljenih i poluuglatih zrna,

$\phi_r = 38,4^\circ$  za uzorak uglatih zrna.

Kada se u obzir uzme i  $D_{50}$ , najbolji način za dobivanje kuta sipanja  $\phi_r$  je pomoću regresijskog modela (Froehlich, 2011):

$$\ln\phi_r = 3,45 + 0,0847I_1 + 0,186I_2 + 0,00778\ln D_{50} \quad (2-4)$$

Transformiranjem jednadžbe 2-4 dobijemo oblik (Froehlich, 2011):

$$\phi_r = \phi_{r1} D_{50}^{0,00778} \quad (2-5)$$

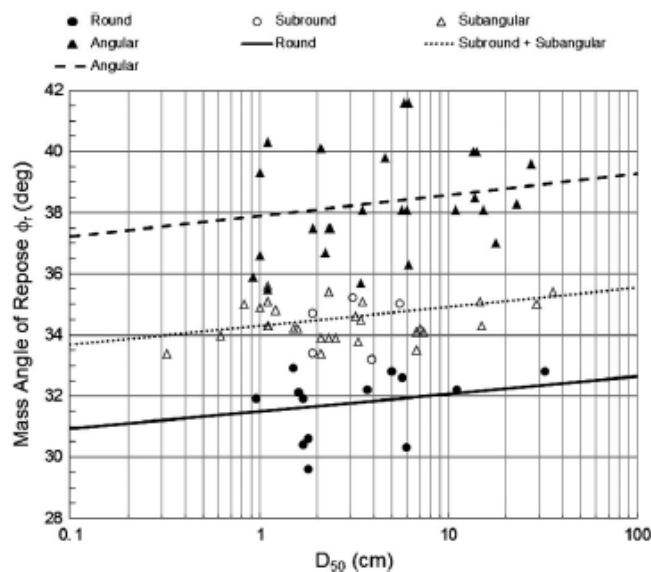
Pa je:

$\phi_{r1} = 31,5^\circ$  za uzorak zaobljenih zrna,

$\phi_{r1} = 34,3^\circ$  za uzorak poluzaobljenih i poluuglatih zrna,

$\phi_{r1} = 37,9^\circ$  za uzorak uglatih zrna.

Vrijednosti kuta sipanja  $\phi_r$  kao funkcije  $D_{50}$  i oblika zrna su prikazane na slici 2-5. Označeni su mjereni rezultati pojedinih uzoraka i pravci dobiveni računskom regresijom.



**Slika 2-5.** Kut sipanja  $\phi_r$  kao funkcija  $D_{50}$  i mjerenih vrijednosti  $\phi_r$  (Froehlich, 2011)

Kada se u regresijskom modelu  $\ln D_{50}$  zamijeni s  $\ln(D_{85}/D_{50})$  dolazimo do sljedeće jednačbe (Froehlich, 2011):

$$\ln \phi_r = 3,43 + 0,0799I_1 + 0,183I_2 + 0,125 \ln\left(\frac{D_{85}}{D_{50}}\right) \quad (2-6)$$

Iz te relacije slijedi (Froehlich, 2011):

$$\phi_r = \phi_{r1} \left(\frac{D_{85}}{D_{50}}\right)^{0,125} \quad (2-7)$$

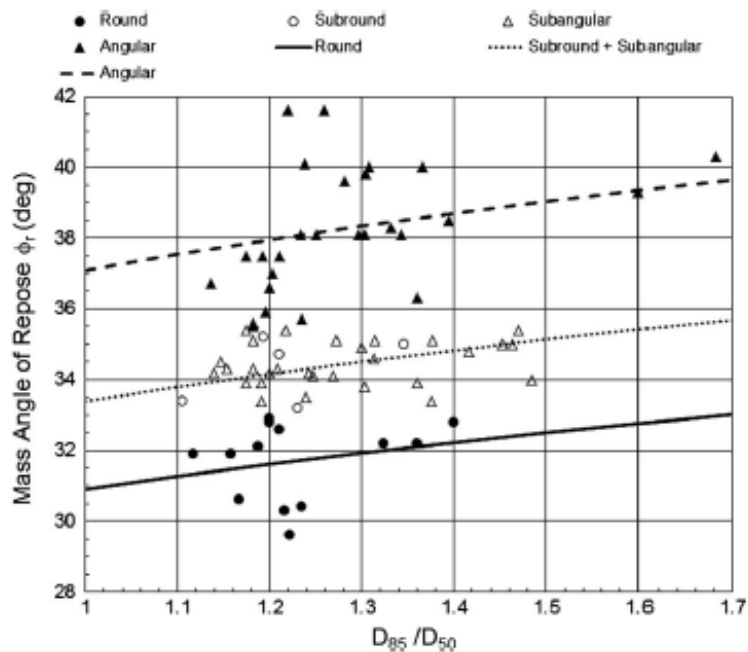
Gdje je:

$\phi_{r1} = 30,9^\circ$  za uzorak zaobljenih zrna,

$\phi_{r1} = 33,4^\circ$  za uzorak poluzaobljenih i poluuglatih zrna,

$\phi_{r1} = 37,1^\circ$  za uzorak uglatih zrna.

Predviđene vrijednosti  $\phi_r$  dane formulom (2-7) uspoređene su s mjerenim vrijednostima uzoraka na slici 2-6.

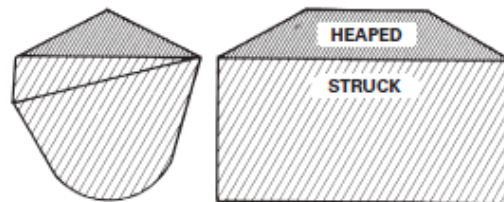


Slika 2-6. Kut sipanja  $\phi_r$  kao funkcija  $D_{85}/D_{50}$  i mjerenih vrijednosti  $\phi_r$  (Froehlich, 2011)

Iako je utjecaj gradacije omjerom  $D_{85}/D_{50}$  statistički prilično učinkovit, promjena kuta sipanja  $\phi_r$  je skromna. No, procijenjena vrijednost kuta sipanja  $\phi_r$  po formuli 2-6 (slika 2-6) je prilično bolja od one samo preko srednjeg promjera  $D_{50}$ .

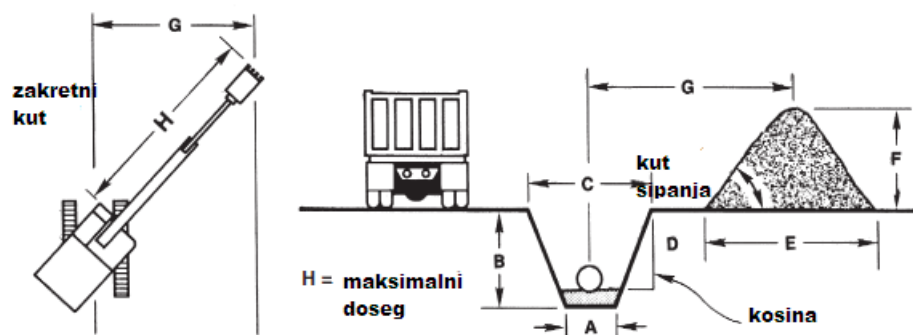
## 2.5. Vrijednost kuta sipanja po Caterpillaru

Poravnati obujam je onaj volumen koji se nalazi u korpi nakon što je teret izravnani izvlačenjem ravnog ruba na oštrici i stražnjoj strani žlice. Obujam 'na vrh' je poravnati obujam plus dodatna količina materijala koja je punjenje formirala hrpu s nagibom kuta sipanja (slika 2-7).



**Slika 2-7.** Poravnati obujam (eng. struck) s obujmom 'na vrh' (eng. heaped) (Caterpillar, 2014)

Priručnik kut sipanja koristi u kontekstu mehanizacije na kopovima, gradilištima i drugim granama gdje se koristi neki materijal čije karakteristike onda utječu na njegovo skladištenje na radilištu i organizaciju rada (slika 2-8), učinkovitost stroja i iskoristivost istog.



**Slika 2-8.** Materijal nasut na radilištu s označenim kutom sipanja (Caterpillar, 2014)

Iz tog razloga dali su vrijednosti kuta sipanja nekih materijala čestih i značajnih za njihovu mehanizaciju (tablica 2-12.).

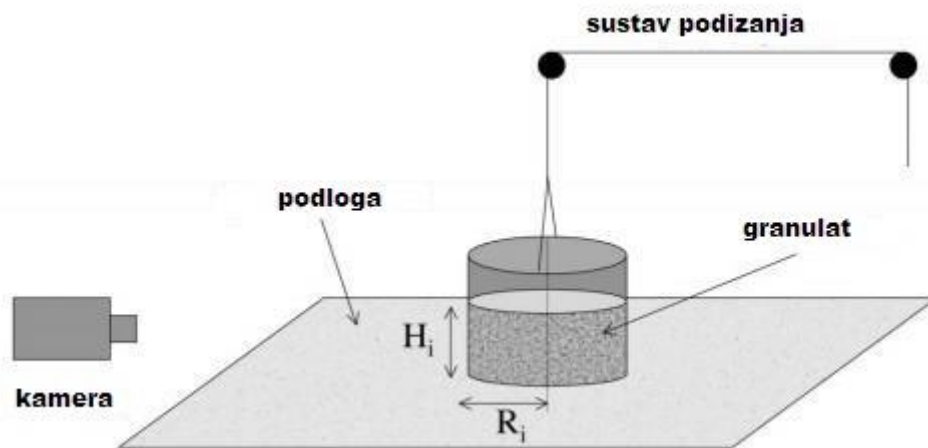


**Tablica 2-12.** Preporučeni kut sipanja (Caterpillar, 2014)

<b>Materijal</b>	<b>Kut sipanja ( °)</b>
Ugljen, industrijski	35-38
Zemlja, suha	20-45
Zemlja, vlažna	25-45
Zemlja, mokra	25-30
Šljunak, zaobljen do uglast	30-50
Šljunak, pijesak i glina	20-35
Pijesak, suh	20-30
Pijesak, vlažan	30-45
Pijesak, mokr	20-45

### 3. Metoda cilindra

Kut sipanja frakcija materijala ispituje se šupljim cilindrima različitih promjera i dužina, te bazama različitih stupnjeva trenja. Mnoga istraživanja provedena su kako bi objasnila ponašanje granulata materijala i njihove kutove sipanja. U šuplji cilindar promjera  $D$  stavlja se ispitni materijal, koji je zajedno sa cilindrom u dodiru s podlogom. Hrapavost podloge utječe na rezultat mjerenja tako da će na hrapavoj površini kut sipanja biti veći. Cilindar se podiže jednolikom brzinom i materijal počne kliziti po podlozi stvarajući hrpu oblika stošca, kako je prikazano na slici 3-1. Zatim se mjeri kut nagiba boka stošca koji predstavlja statički kut sipanja materijala.



**Slika 3-1.** Shema izvođenja pokusa (Liu, 2011)

Jednostavnim mjerenjem kuta nagiba boka stošca geometrijskim kutomjerom, dobije se kut sipanja materijala. On se također može izmjeriti metodom 2D fotografije, digitalnim fotoaparatom ili kamerom, napravljena fotografija obrađuje se u jednom od računalnih programa, kojima se kut sipanja može precizno odrediti.

Nešto složenija je 3D metoda za koju su također potrebni digitalna kamera i software za obradu podataka. Dvije snimke s različitih stajališta preklope se čime se dobije subjektivni osjet trodimenzionalnog prostora (stereoskopija). Njome se određuju trodimenzionalne koordinate prostora ili objekta promatranjem stereoparova ili više snimaka. Prednost 3D metode je što se njom dobije prosječni kut sipanja cijele hrpe materijala, čime je omogućeno mjerenje kuta sipanja stvarnih gomila materijala što čini veliku prednost u odnosu na ostale načine mjerenja. (Kostrić, 2018).

Kut nagiba boka stošca računa se po izvodu (Kujundžić, 2010):

$$V_1 = r_1^2 \cdot \pi \cdot h_c = 1m^3 \quad (3-1)$$

$$V_2 = \frac{r^2}{3} \cdot \pi \cdot h_s = 1m^3 \quad (3-2)$$

Gdje je :  $V_1$  – volumen cilindra ( $m^3$ ),

$V_2$  – volumen stošca ( $m^3$ ),

$r_1$  – polumjer baze cilindra (m),

$r$  – polumjer baze stošca (m),

$h_c$  – visina cilindra (m),

$h_s$  – visina stošca (m).

S pretpostavkom da su gustoće materijala u cilindru i nasipanog materijala jednake slijedi:

$$V_1 = V_2 \quad (3-3)$$

$$r_1^2 \cdot \pi \cdot h_c = \frac{r^2}{3} \cdot \pi \cdot h_s = 1 \quad (3-4)$$

Prema trigonometriji vrijedi:

$$tg\phi = \frac{h_s}{r} \quad (3-5)$$

Uvrštavanjem u gornju relaciju dobijemo:

$$tg\phi = \sqrt{\frac{\pi}{3}} \cdot \sqrt{h_s^3} \quad (3-6)$$

Konstanta  $\sqrt{\frac{\pi}{3}}$  je jednaka 1,0233267, te se zaokružuje na 1. Konačni izraz za računanje kuta nagiba boka stošca glasi:

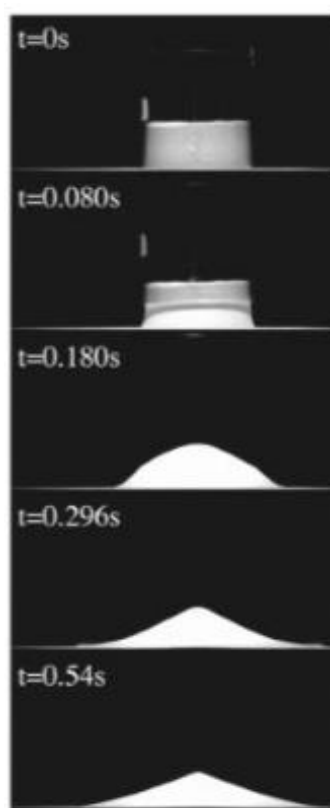
$$tg\phi \approx \sqrt{h_s^3} \quad (3-7)$$

### 3.1. Širenje materijala nakon dizanja cilindra s granuliranim materijalom

Kao rezultat rasipanja strmih fronti, materijal se akumulira na dnu padine. Akumulirani materijal su obično krhotine stijenskog materijala koji formiraju nagib s bazom kosine. Kut tog nagiba je kut sipanja.

Lajeunesse (2004) je za laboratorijska istraživanja razvio varijantu cijevnog testa, granulat se stavlja unutar šupljeg cilindra u kontaktu s bazom. Šuplji cilindar se onda podiže i materijal klizi po podlozi, te po završetku gibanja formira kut sipanja. Koristio je različite vrste materijala i podloga. Pokus je rađen da bi proučavao oblik stošca koji materijal poprima nakon dizanja cilindra, odnosno njegove čestice u završnom stadiju rasipanja u završnom stadiju podizanja. Iz oblika dobiva se kut sipanja.

Slika 3-2. Pokazuje pomake granulata mase 950 g čestica promjera  $d=350 \mu\text{m}$  koje su stavljene u cilindar promjera 70,5 mm. Baza (podloga) na kojoj je granulat, napravljena je od glatkog drvenog materijala. Na slici su različite faze pokusa, krajnja donja slika pokazuje završno stanje materijala postignuto 0,54 s nakon početka testa i podizanja cilindra. Dobiven je kut sipanja i iznosi  $20^\circ$ .



**Slika 3-2.** Rasprostiranje granuliranog materijala nakon dizanja cilindra (Lajeunesse, 2004)

U provedenom korišten materijal je homogen, a utjecaj brzine dizanja cilindra nije bio promatran. Dizanje cilindra različitim brzinama dopušta materijalu da se formira različitim brzinama.

Dizanje cilindra uključuje dvoje ljudi, od kojih jedan ručno diže cilindar, a drugi mjeri potrebno vrijeme štopericom. Korištene su dvije brzine, sporija (2-3 cm/s) i brža (7-8 cm/s), pokusi rađeni s pijeskom, šljunkom i s oba materijala u slojevima. Nakon dizanja cilindra kut sipanja je mjereno na četiri različita mjesta kosina strana akumuliranog materijala i kao konačna vrijednost uzeta je srednja.

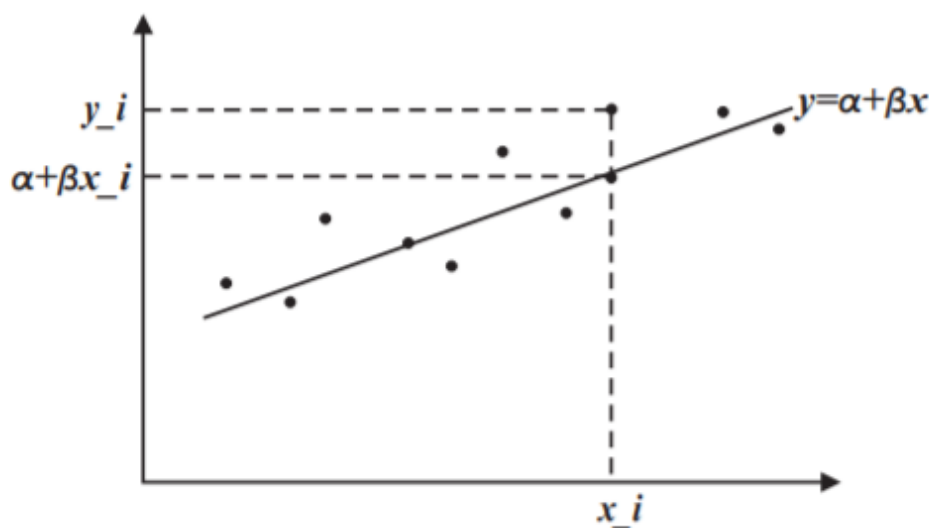
#### 4. Statistika – regresijska analiza

Regresijske tehnike omogućuju da kvantitativno izrazimo zavisnost dviju ili više varijabli koje su inherentno povezane, odnosno među kojima postoji neka zavisnost (korelacija) koju želimo istražiti. Tako dobiveni model koristimo za predviđanje nekih podataka za koje nemamo mjerenja ili ga koristimo da dođemo do nekih konstanti koje nam opisuju tu zavisnost. Najjednostavniji primjer je linearna zavisnost varijable  $y$  o nezavisnoj varijabli  $x$  (linearna regresija). Kada je varijabla ovisna o više nezavisnih, radi se o multivarijantnoj regresiji (nelinearna regresija). (PMF, 2018)

Zaključci se donose na temelju niza sparenih mjerenja  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ , prikazujemo ih točkama u koordinatnom sustavu na dijagramu raspršenosti. Ako pretpostavimo da je graf funkcije  $f(x)$  pravac, tj. da je zakonitost koja povezuje nezavisnu varijablu  $x$  i vrijednosti slučajnih varijabli  $y_i$  linearnog tipa, regresijsku funkciju u algebarskom obliku zapisujemo kao (MATHOS, 2018):

$$f(x) = \alpha + \beta \cdot x_i \quad (4-1)$$

Gdje se parametar  $\beta$  (koeficijent smjera) naziva koeficijent regresije, a pravac  $y=\alpha+\beta x$  regresijski pravac (slika 4-1). (MATHOS, 2018)



**Slika 4-1.** Dijagram raspršenosti (MATHOS, 2018)

Na slici uočavamo da za vrijednost  $x_i$  nezavisne varijable  $x$ , zavisna varijabla  $y_i$  poprima vrijednost  $\alpha + \beta x_i$ . Istovremeno, uočavamo da je stvarna vrijednost jednaka  $y_i$ . Zanima nas razlika tih vrijednosti (PMF, 2018):

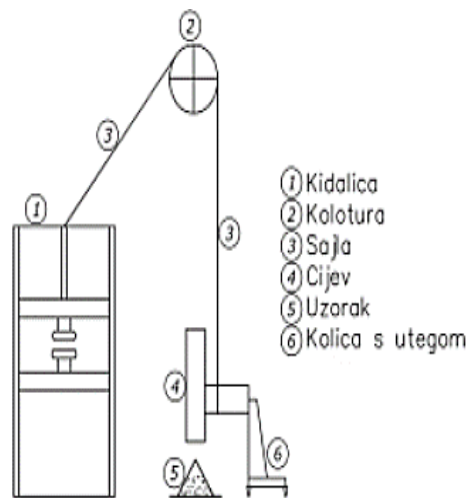
$$d_i = y_i - (\alpha + \beta \cdot x_i) \quad (4-2)$$

Kod metode bazirane na vertikalnim odstupanjima, slučajna pogreška pripisana je  $y$  varijabli. Za korištenje regresijskih metoda nužan uvjet je da traženi broj parametara (kod pravca su to  $\alpha$  i  $\beta$ ) bude manji ili jednak od broja mjerenja  $(x_i, y_i)$ . (PMF, 2018)

## 5. Laboratorijska ispitivanja

### 5.1. Opis ispitivanja

Cilj laboratorijskih ispitivanja bilo je utvrditi promjenu kuta sipanja granulata povećanjem visine uzorka u cilindru. Korišten je cilindar promjera 110 mm i podizan je brzinom od 4,05 cm/s po shemi kako je prikazano na slici 5-1. Materijal u ispitivanja bio je isprani uzorak drobljenog dolomita frakcije 2/4.



**Slika 5-1.** Shema uređaja (Kostrić, 2018)

Postupak se sa svakim uzorkom neke visine ponovio tri puta kako bi se kao konačna uzela srednja vrijednost i izbjegla velika pogreška. Tako formirana hrpa (slika 5-2) materijala bi se nakon svakog fotografirala sa strane, s vrhom stošca u centru slike i dvaput s vrhom van centra za obradu u softveru PhotoModeler (softverska aplikacija koja izrađuje 3D modele i radi mjerenja primjenom fotogrametrije). Tako u dxf formatu eksportiramo 3D model u slojnicama. Te ga importiramo u program Microstation gdje se doraduje sa ciljem dobivanja kuta sipanja preko volumena hrpe i površina unutar slojnica, kako će biti opisano.

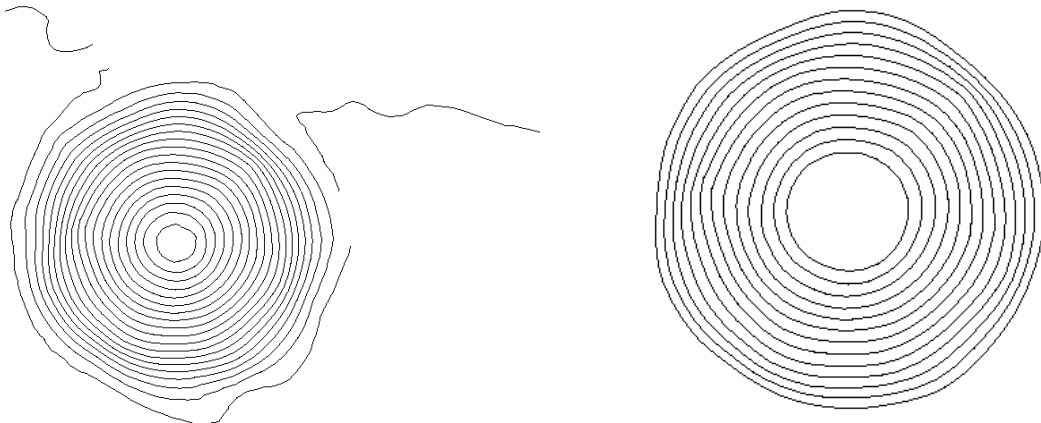




**Slika 5-2.** Formirana hrpa materijala nakon podizanja cilindra (Gaura, 2018)

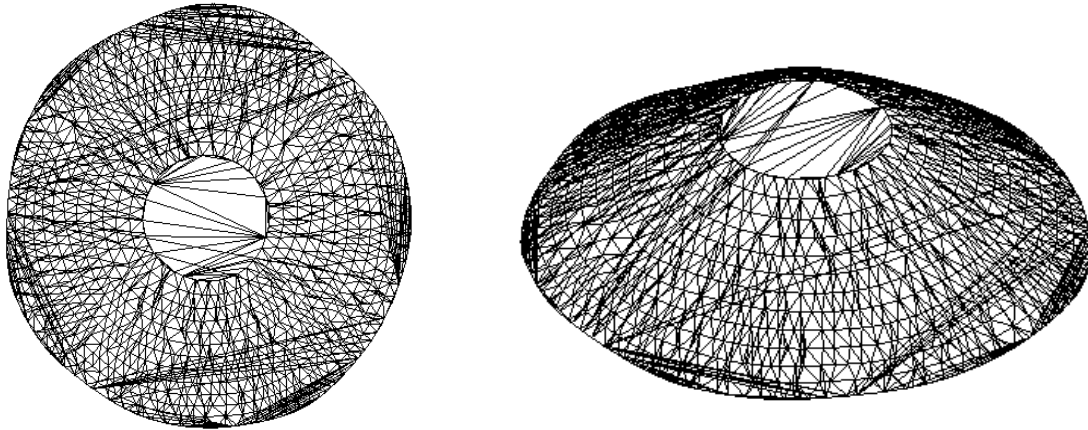
### **5.2. Rezultati ispitivanja**

Obrada u Microstationu počinje s brisanjem viška slojnica koje bi utjecale na točnost podataka. Cilj je ostaviti niz slojnica koje čine što ravnomjerniji i pravilniji razmak od najnižih prema najviših (slika 5-3). Zatim naredbom Measure Area (mjerenje površine) trebamo dobiti površinu unutar najgornje slojnice  $P_1$  i unutar najdonje  $P_2$ .



**Slika 5-3.** Prikaz slojnica u Microstationu

Sljedeći je korak od 3D modela slojnica napraviti tijelo zatvaranjem međuprostora (naredbe Close Mesh Voids pa Convert to Smart Solid) kao što je na slici 5-4. Iz toga tijela zatim možemo dobiti volumen tijela  $V$  (naredba Measure Volume).



**Slika 5-4.** Zatvorena mreža slojnica u tlocrtu i izometričnom pogledu

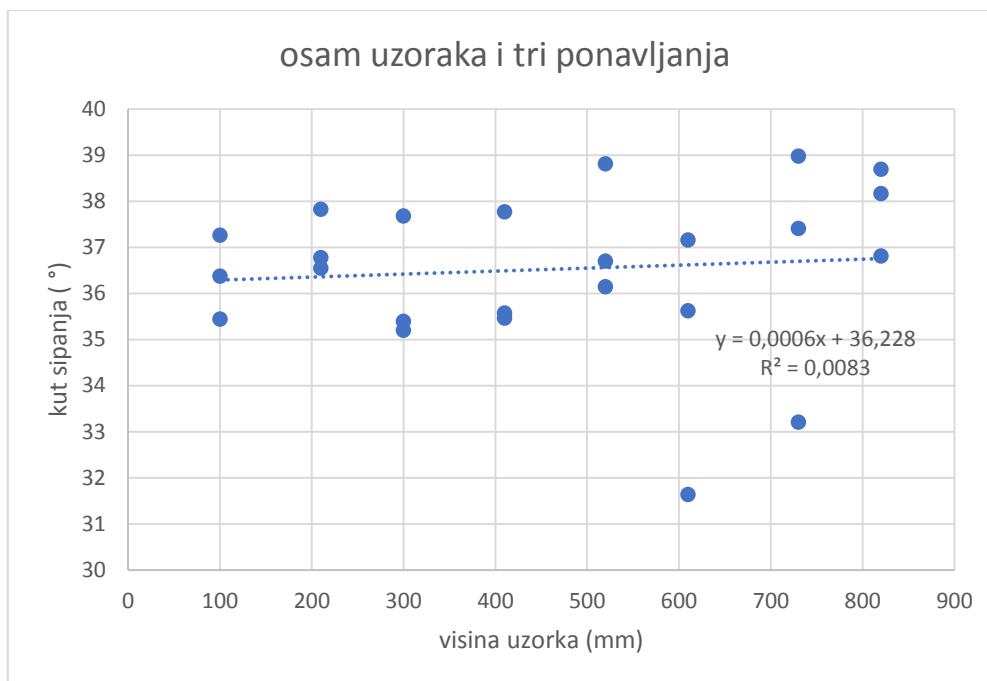
Dobivene vrijednosti uvrštavaju se u jednadžbu 5-1 iz koje se računa kut sipanja  $\phi_r$ .

$$\tan \phi_r = \frac{3V\sqrt{\pi}}{\sqrt{P_1^3} - \sqrt{P_2^3}} \quad (5-1)$$

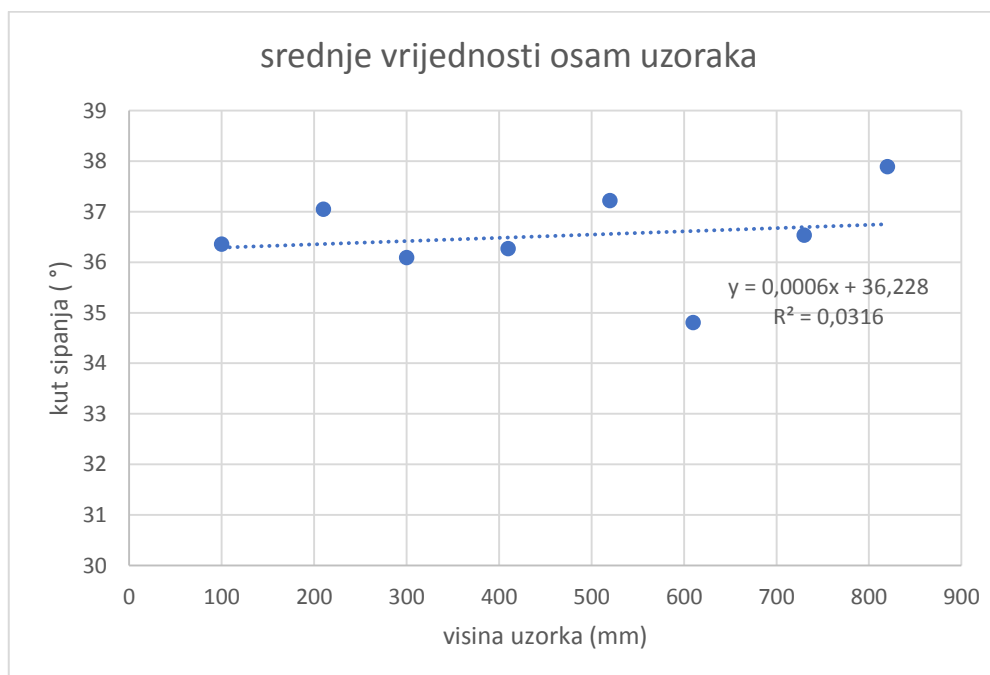
Postupak je provoden za osam uzoraka i za svaki ponavljan tri puta. Rezultati su u excel tablici u prilogu 2.

### **5.2.1. Regresijska analiza**

Uzevši u obzir dobivene rezultate, iz dijagrama na slikama 5-5 i 5-6, dolazimo do zaključka da za frakciju 2/4 usitnjenog dolomita nema promjene vrijednosti kuta sipanja s povećanjem visine materijala unutar cilindra, budući da je dobiveni pravac subhorizontalan (koeficijent smjera gotovo jednak 0, što je vidljivo iz jednadžbe pravca).



**Slika 5-5.** Dijagram osam uzoraka i tri ponavljanja



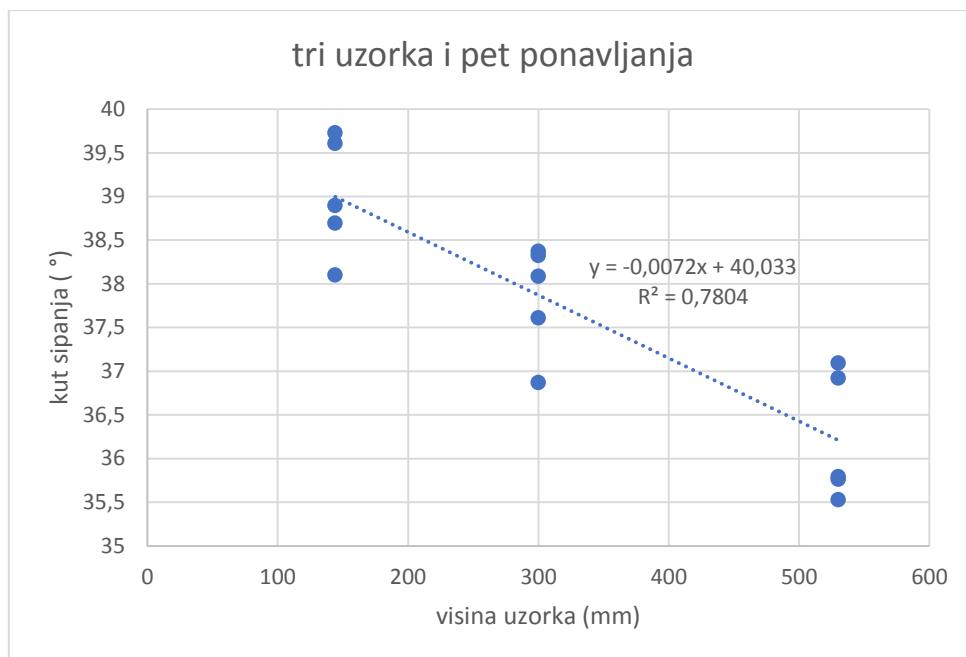
**Slika 5-6.** Dijagram srednjih vrijednosti osam uzoraka

Za usporedbu, rezultati istih ispitivanja, ali s dolomitom koji nije bio ispiran, pa se radi o dolomitu frakcije 0/4, za tri visine uzorka i pet ponavljanja pokusa, dobivene su vrijednosti u tablici 5-1.

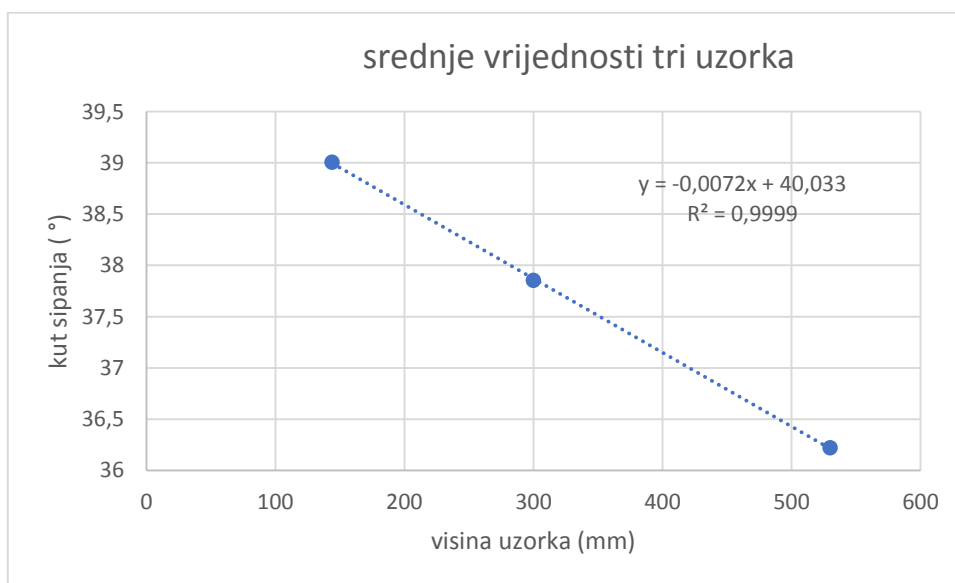
**Tablica 5-1.** Ispitivanja na frakciji 0/4 (Klanfar i dr., 2017)

<b>Visina uzorka (mm)</b>	<b>Kut sipanja ( °)</b>	<b>Prosječni kut sipanja ( °)</b>
530	35,53	36,22
530	37,10	
530	35,79	
530	36,92	
530	35,76	
300	38,37	37,85
300	36,87	
300	38,09	
300	38,33	
300	37,61	
144	39,73	39,01
144	38,89	
144	38,10	
144	38,70	
144	39,61	

Slike 5-7 i 5-8 na isti način prikazuju dobivene rezultate u obliku dijagrama, no, pravac koji opisuje točke uzoraka je ovaj puta vidno drugačijeg nagiba i zaključak je da kada se radi s uzorkom koji sadrži velik udio čestica manjih od 2 mm, kut sipanja će se smanjivati s povećanjem visine uzorka.



Slika 5-7. Dijagram tri uzorka i pet ponavljanja



Slika 5-8. Dijagram srednjih vrijednosti tri uzorka

### 5.3. Formiranje (krnjeg) stošca

U posebnom laboratorijskom pokusu ispitivan je omjer visine granulata materijala i promjera cilindra pri kojemu i iznad kojega će se početi formirati pravilan stožac. Korišteni materijal je isprani usitnjeni dolomit granulacije 2/4, cilindar je promjera 110 mm, a brzina podizanja cilindra 4,05 cm/s. Rezultati su u tablici 5-1.

**Tablica 5-2.** Minimalna visina uzorka za formiranje stošca

<b>Uzorak</b>	<b>Visina uzorka (mm)</b>	<b>Uzorak nakon podizanja cilindra</b>	<b>Omjer visine i promjera cilindra (mm:mm)</b>
1	15	Slika 5-2. a)	15:110
2	30	Slika 5-2. b)	30:110
3	45	Slika 5-2. c)	45:110
4	60	Slika 5-2. d)	60:110
5	75	Slika 5-2. e)	75:110
6	90	Slika 5-2. f)	90:110



(a)

(b)



(c)

(d)

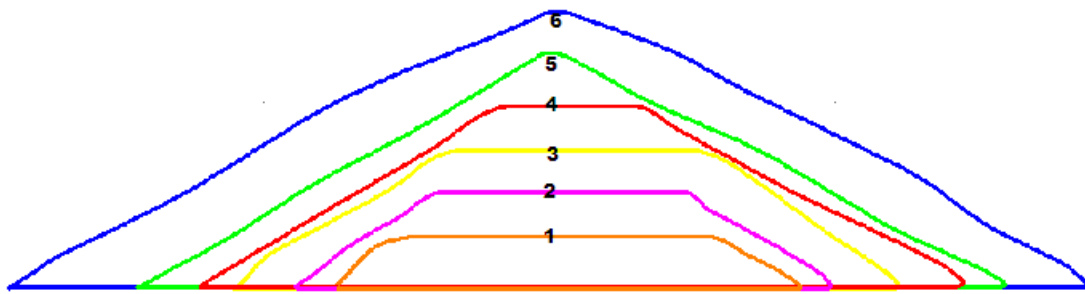


(e)

(f)

**Slika 5-9.** Šest uzorka frakcije 2/4 visina (a) 15 mm, (b) 30 mm, (c) 45 mm, (d) 60 mm, (e) 75 mm i (f) 90 mm

Kada su se stošci koje formira materijal nakon podizanja cilindra preklopili kao na slici 5-3, vidimo razlike u obliku i postepen prelazak iz krnjeg stošca i smanjivanja zaravnjenosti na vrhu, do pravilnog stošca, koji je prema ispitivanju iznad granice od 75:110 (15:22) omjera visine uzorka i promjera cilindra.



**Slika 5-10.** Usporedba formacija šest uzorka frakcije 2/4

## 6. Zaključak

Vrijednost kuta sipanja ovisi o mnogo parametara, vrsti i granulaciji materijala, obliku čestica i sastavu materijala, vlažnosti i temperaturi, također i o podlozi, te brzini podizanja cilindra. Ako se procjenjuje kut sipanja računskom analizom, ovisi i o odabranoj numeričkoj metodi.

Prikazani su rezultati nekoliko autora, koji su istraživanja proveli u različite svrhe, ali s istim ciljem – da dobiju točne podatke o materijalu kako bi iskoristivost i učinkovitost primjene bila na maksimumu.

Z. Liu je za svoje ispitivanja koristio dvije brzine i dvije vrste podloga (glatku i hrapavu). Kut sipanja je bio manji pri korištenju veće brzine podizanja, te kada je korištena glatka podloga. Također, kod pokusa sa smjesom pijeska i šljunka možemo zaključiti da s povećanjem postotnog udjela pijeska pada kut sipanja. J. R. Metcalf nakon ispitivanja kuta sipanja materijala različitih fizikalnih svojstava zaključuje kako se kut sipanja povećava s tvrdoćom materijala, no na njega više utječe oblik zrna i trenje među njima. Iz rezultata D. C. Froelicha se upravo utjecaj oblika zrna posebno očituje. Znatno veći kut sipanja postiže materijal uglatih zrna naspram obliha, dok su poluuglata i poluzaobljena negdje između.

Naša laboratorijska ispitivanja sa različitim visinama stupca materijala u cilindru koji se podiže i dopušta rasipanje materijala koji će onda formirati prirodni kut sipanja, pokazala su zavisnost i o udjelu sitnih čestica. Materijal ispran i prosijan od čestica manjih od 2 mm ne pokazuje promjenu (ili je ona mala) kuta sipanja s porastom visine uzorka u cilindru, dok se uzorku sa sitnim česticama kut sipanja smanjivao s porastom visine uzorka.

Dodatno, utvrđen je omjer visine uzorka i promjena cilindra pri kojoj će se formirati pravilan stožac, bez ravnine na vrhu (gdje materijal ne klizi niti se kotrlja), a za frakciju 2/4 taj omjer iznosi 15:22.

Generalno, kut sipanja ima veliku važnost zbog široke primjene u raznim tehničkim područjima, posebice vezano za transport i skladištenje, stabilnosti kosina i drugog, a način njegova dobivanja i važni utjecajni parametri ovise o vrsti materijala i cilju njegova korištenja.



## 7. Literatura

CATERPILLAR, 2014. *Caterpillar performance handbook*, Caterpillar, Peoria, Illinois, U.S.A.

DARLING, P., *SME Mining Engineering Handbook, Third Edition* 2011. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration U.S.A.

FROELICH, D. C., 2011. *Mass Angle of Repose of Open-Graded Rock Riprap*, URL: <https://www.researchgate.net/publication/276964587> ( 18.1.2019.)

GAURA, A., 2018. *Primjena kuta sipanja i utjecaj promjera pri ispitivanju metodom cilindra*, diplomski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb

KLANFAR, M, HERCEG, V., KORMAN, T., DOMITROVIĆ, D., 2017. *Izvjешće o ispitivanjima*, Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet

KOSTRIĆ, S., 2018. *Određivanje kuta stošca pri ispitivanju kuta sipanja metodom cilindra*, diplomski rad, Rudarsko-geološko-naftni fakultet, Zagreb

KUJUNDŽIĆ, T., 2010. *Fizikalna svojstva materijala*. Predavanja: Transport i izvoz, Zagreb: Rudarsko-geološko-naftni fakultet

LAJEUNESSE, E., 2004. *Spreading of a granular mass on a horizontal plane*, Physics of Fluids, Vol. 16

LIU, Z., 2011. *Measuring the angle of repose of granular systems using hollow cylinders*, University of Pittsburgh, Swanson school of engineering

MATHOS, 2018., *Regresijska analiza* URL:  
[http://www.mathos.unios.hr/ptfstatistika/Vjezbe/materijali\\_7.pdf](http://www.mathos.unios.hr/ptfstatistika/Vjezbe/materijali_7.pdf) (31.12.2018.)

METCALF, J. R., 1966. *Angle of repose and internal friction*, Int. J. Rock. Mech. Min. Sci., Pergamon Press, Great Britain

MIURA, K., MAEDA, K., FORUKAWA, M., TOKI, S., 1997. *Physical characteristics of sands with different primary properties*, Soils and foundations, Japanese Geotechnical Society

PMF, 2018., *Regresijska analiza* URL:  
[http://www.pmf.unizg.hr/\\_download/repository/PREDAVANJE11.pdf](http://www.pmf.unizg.hr/_download/repository/PREDAVANJE11.pdf) (31.12.2018.)

**Prilog 1 Rezultati 74 uzoraka za obaloutvrde (Froehlich, 2011)**

Stockpile code	Angle of repose $\phi_r$ (degrees)	Mixture angularity <sup>a</sup>	Average particle form factor $\psi$	Particle sizes $D_i$ for which $i$ percent of the mixture is finer (cm)						Method of dumping <sup>b</sup>
				$D_{10}$	$D_{15}$	$D_{30}$	$D_{50}$	$D_{60}$	$D_{85}$	
CH01	34.9	SA	0.67	0.7	0.75	0.92	1.0	1.1	1.3	T
CH02	36.7	A	0.74	1.7	1.8	2.1	2.2	2.3	2.5	T
CS01	35	SR	0.74	4.3	4.5	4.9	5.5	6.0	7.4	T
CS02	35.2	SR	0.72	2.5	2.6	2.8	3.1	3.3	3.7	T
CS03	34.7	SR	0.74	1.6	1.6	1.8	1.9	2.0	2.3	T
CS04	33.4	SR	0.73	1.7	1.7	1.8	1.9	1.9	2.1	T
CS05	32.9	R	0.73	1.1	1.2	1.3	1.5	1.6	1.8	T
CS06	31.9	R	0.75	0.75	0.8	0.9	0.95	1.0	1.1	T
CS07	30.6	R	0.73	1.4	1.4	1.6	1.8	1.9	2.1	T
CS08	32.2	R	0.73	2.8	2.9	3.3	3.7	4.0	4.9	T
CS09	32.1	R	0.73	1.2	1.3	1.4	1.6	1.7	1.9	T
CS10	30.4	R	0.74	1.2	1.3	1.6	1.7	1.8	2.1	T
FP01	35.1	SA	0.71	0.8	0.9	1.0	1.1	1.1	1.3	T
FP02	34.2	SA	0.71	1.1	1.2	1.3	1.5	1.6	1.8	T
FP03	40	A	0.66	9.1	10.1	11.6	13.4	14	18.3	T
FP04	34.1	SA	0.62	4.3	4.6	5.5	6.7	7.3	8.5	B
FP05	35.4	SA	0.69	1.5	1.7	2.0	2.3	2.3	2.7	B
FP06	38.1	A	0.69	3.8	4.0	4.8	5.6	6.0	7.0	B
GE01	33.5	SA	0.76	5.2	5.4	6.0	6.7	7.2	8.3	T
GE02	35.7	A	0.65	2.4	2.7	3.0	3.4	3.6	4.2	T
GE03	33.9	SA	0.65	1.9	2.0	2.1	2.3	2.4	2.7	T
GE04	35.1	SA	0.61	9.1	10.1	12.5	14.6	15.9	20.1	T
HC01	33.8	SA	0.73	2.5	2.6	2.9	3.3	3.5	4.3	T
HC02	30.3	R	0.66	4.4	4.6	5.1	6.0	6.4	7.3	T
HE01	35.9	A	0.62	0.68	0.73	0.83	0.92	1.0	1.1	T
KS01	41.6	A	0.66	4.2	4.4	5.0	5.8	6.1	7.3	B
KS02	37.5	A	0.68	1.7	1.8	2.0	2.3	2.4	2.7	B
KS03	34.3	SA	0.72	0.71	0.75	0.89	1.1	1.1	1.3	T
LQ01	38.1	A	0.67	7.9	8.6	9.8	10.8	11.4	14	T
LQ02	34.6	SA	0.65	2.2	2.4	2.7	3.2	3.5	4.2	B
LQ03	38.1	A	0.64	2.8	2.9	3.2	3.5	3.8	4.7	B
LQ04	33.9	SA	0.68	1.3	1.4	1.7	2.1	2.2	2.5	T
LQ05	40.1	A	0.67	1.5	1.7	1.9	2.1	2.2	2.6	B
LQ06	31.9	R	0.75	1.3	1.4	1.5	1.7	1.7	1.9	T
LQ07	39.8	A	0.66	3.2	3.3	3.9	4.6	5.0	6.0	B
LQ08	35.6	SA	0.65	0.8	0.8	1.0	1.1	1.1	1.3	B
LQ09	29.6	R	0.7	1.3	1.4	1.5	1.8	1.9	2.2	T
NU01	32.6	R	0.7	4.5	4.7	5.2	5.7	5.9	6.9	T
NU02	34.5	SA	0.67	2.7	2.7	3.2	3.4	3.5	3.9	T
NU03	32.8	R	0.71	3.8	4.0	4.5	5.0	5.3	6.0	T
NU04	33.2	SR	0.74	3.0	3.2	3.5	3.9	4.0	4.8	T
NU05	34.3	SA	0.68	11.6	12.2	13.1	14.9	15.5	18	T
RE01	40.3	A	0.61	0.71	0.76	1.0	1.1	1.6	1.85	T
RR01	39.3	A	0.64	0.72	0.74	0.86	1.0	1.1	1.6	T
RR02	38.5	A	0.66	8.3	9.2	10.5	13.7	15.3	19.1	T
RR03	34.2	SA	0.68	5.4	5.6	6.1	7.0	7.5	8.7	T
RQ03	38.1	A	0.68	11.3	13.1	13.7	15.2	16.8	19.8	T
RQ04	33.4	SA	0.71	1.4	1.5	1.7	2.1	2.2	2.5	T
RQ05	35.1	SA	0.69	2.5	2.6	3.0	3.5	3.8	4.6	T
RQ06	34.8	SA	0.76	0.56	0.62	0.82	1.2	1.3	1.7	T
RQ07	36.3	A	0.62	3.6	4.1	4.9	6.1	6.6	8.3	T
RQ08	35	SA	0.61	0.51	0.54	0.65	0.82	0.92	1.2	T
RQ09	34	SA	0.73	0.26	0.32	0.43	0.62	0.70	0.92	T
RQ10	33.4	SA	0.72	0.21	0.22	0.26	0.32	0.35	0.44	T
RQ11	33.9	SA	0.65	1.8	2.0	2.2	2.5	2.7	3.4	C
RQ14	38.3	A	0.66	16.8	16.8	19.8	22.9	24.4	30.5	T
TB01	35.5	A	0.69	0.9	0.9	1.0	1.1	1.1	1.3	T
TB02	36.6	A	0.67	0.8	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	T
TB03	37.5	A	0.7	1.4	1.5	1.7	1.9	1.9	2.3	T
TQ01	41.6	A	0.66	4.2	4.4	5.8	6.1	7.3	7.4	T
TQ02	37.5	A	0.66	1.7	1.8	2.3	2.4	2.7	2.8	T
TQ03	34.3	SA	0.7	0.71	0.75	1.06	1.11	1.26	1.28	T
VR01	35.1	SA	0.7	0.8	0.9	1.1	1.1	1.3	1.4	T
VR02	34.2	SA	0.68	1.1	1.2	1.5	1.6	1.8	1.9	B
VR03	40	A	0.67	9.1	10.1	13.4	14	18.3	18.3	T
VR04	34.1	SA	0.62	4.3	4.6	6.7	7.3	8.5	9.1	T
VR05	35.4	SA	0.69	1.5	1.7	2.3	2.3	2.7	2.8	T
VR06	38.1	A	0.7	3.8	4.0	5.6	6.0	7.0	7.4	T
PB01	32.2	R	0.74	8.3	8.7	9.9	11.1	12.1	15.1	T
PB02	32.8	R	0.67	22.9	26.1	29.8	32.3	35.5	45.2	T
PB03	35.4	SA	0.65	22.7	25.2	31.3	35.5	39.8	52.2	T
PB04	35	SA	0.62	18.2	20.2	25.0	29.2	31.8	42.4	T

**Prilog 2.** Excel tablica s rezultatima ispitivanja

Uzorak	P1 [m <sup>2</sup> ]	P2 [m <sup>2</sup> ]	V [m <sup>3</sup> ]	r [m]	R [m]	H [m]	φ [°]	Δφ [°]	visina
<b>b1</b>	2,9635	48,7193	46,3923	0,9712	3,9380	2,1849	36,371		100
<b>b2</b>	4,6928	44,8781	41,5554	1,2222	3,7796	1,9454	37,26		100
<b>b3</b>	7,5165	62,8293	63,8953	1,5468	4,4720	2,0818	35,438	36,3562	100
<b>c1</b>	9,3876	57,4449	57,1604	1,7286	4,2761	1,9042	36,777		210
<b>c2</b>	10,7770	66,6730	70,9566	1,8521	4,6068	2,0418	36,547		210
<b>c3</b>	7,0629	54,7523	56,4056	1,4994	4,1747	2,0768	37,821	37,0484	210
<b>d1</b>	17,9492	53,2609	41,7684	2,3903	4,1175	1,2269	35,389		300
<b>d2</b>	10,5606	56,2477	56,2792	1,8335	4,2313	1,8517	37,676		300
<b>d3</b>	13,3859	52,9301	44,5856	2,0642	4,1047	1,4393	35,198	36,0874	300
<b>e1</b>	6,3485	60,8876	61,4918	1,4215	4,4024	2,1229	35,458		410
<b>e2</b>	7,5774	56,9047	59,5064	1,5530	4,2560	2,0941	37,767		410
<b>e3</b>	8,0490	62,7381	63,7662	1,6006	4,4688	2,0513	35,572	36,2657	410
<b>f1</b>	9,0512	43,2726	29,8251	1,6974	3,7113	1,2407	31,636		610
<b>f2</b>	15,3085	55,8853	48,2260	2,2075	4,2177	1,4404	35,623		610
<b>f3</b>	12,2527	60,6157	61,1509	1,9749	4,3926	1,8323	37,158	34,8055	610
<b>g1</b>	7,2677	57,3878	58,4225	1,5210	4,2740	2,0601	36,807		820
<b>g2</b>	7,6849	46,0455	43,8496	1,5640	3,8284	1,8134	38,689		820
<b>g3</b>	6,9669	57,9673	62,5097	1,4892	4,2955	2,2054	38,163	37,8866	820
<b>h1</b>	7,5676	53,9592	57,1494	1,5520	4,1444	2,0976	38,979		730
<b>h2</b>	5,3572	56,2664	50,4243	1,3059	4,2320	1,9152	33,205		730
<b>h3</b>	18,2766	57,6718	51,7541	2,4120	4,2846	1,4321	37,408	36,5306	730
<b>i1</b>	4,9973	56,3959	56,6369	1,2612	4,2369	2,1733	36,143		520
<b>i2</b>	7,4138	54,7634	58,2475	1,5362	4,1751	2,1225	38,81		520
<b>i3</b>	4,4464	52,4747	51,9681	1,1897	4,0870	2,1595	36,699	37,2172	520